

$2021^{2021^{2021}}$ を 42 で割った余りを求めよ。

$2021 \equiv 5 \pmod{42}$ である。

$2021^{2021} \equiv 5^{2021} \pmod{42}$ であつ $5^3 \equiv -1 \pmod{42}$

$2021 \equiv 2 \pmod{3}$ なので

$5^{2021} \equiv (5^3)^{673} \times 5^2 \equiv (-1)^{673} \times 5^2 \equiv -25 \pmod{42}$

$2021^{2021^{2021}} \equiv (-25)^{2021} \pmod{42} \equiv -5^{4042} \pmod{42}$

$(-5)^3 \equiv 1 \pmod{42}$ より $-5^{4042} = ((-5)^3)^{1347} \times (-5) \equiv -5 \equiv 37 \pmod{42}$

$2021^{2021^{2021}} \equiv 37 \pmod{42}$