

タクシー数

次の条件を満たす整数の組  $(m, n)$  を求めよ。ただし、 $m > 10$ 、 $n > 2$  である。

$$m^3 + 1^3 = n^3 + 10^3 \quad (1)$$

$m^3 - n^3 = 10^3 - 1^3$  と変形できる。 $10^3 - 1^3 = 999 = 3^3 \times 37$  と素因数分解できる。

$$(m - n)(m^2 + mn + n^2) = 3^3 \times 37$$

条件より、 $m^2 + mn + n^2 > 10^2 + 10 \cdot 2 + 2^2 = 124$  である。

ゆえに、 $m^2 + mn + n^2 = 333, 999$  の可能性あり。