問）x^5+x+1 を因数分解せよ。

ω を 1 の 3 乗根のうちの複素数のひとつとする。

つまり、$\omega^3=1$、ゆえに、$(\omega-1)(\omega^2+\omega+1)=0$ なので

$\omega^2+\omega+1=0$

ここで

$\omega^5+\omega+1=\omega^2+\omega+1=0$

$(\omega^2)^5+\omega^2+1=\omega^{10}+\omega^2+1==\omega+\omega^2+1=0$

なので、

$f(x)=x^5+x+1$ とおくと、$f(\omega)=0$、$f(\omega^2)=0$　である。

$f(x)=(x-\omega)(x-\omega^2)(x^3-x^2+1)$ と因数分解できる。

答えは

$f(x)=(x^2-(\omega+\omega^2)x+\omega^3)(x^3-x^2+1)=(x^2+x+1)(x^3-x^2+1)$