

問)  $81^3 + 4$  を素因数分解せよ。ただし、3数の素因数の積で表せる。

$$81^3 + 4 = (3^4)^3 + 4 = (3^3)^4 + 4 \times 1^4$$

$$x^4 + 4y^4 \text{ を因数分解すると } x^4 + 4y^4 = (x^2 + 2y^2)^2 - 4x^2y^2 = (x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$$

となるのを利用して、

$$81^3 + 4 = (3^4)^3 + 4 = (3^3)^4 + 4 \times 1^4 = (27^2 + 2 \times 27 \times 1 + 2 \times 1^2)(27^2 - 2 \times 27 \times 1 + 2 \times 1^2) = (729 + 54 + 2)(729 - 54 + 2)$$

となる。

$$729 + 54 + 2 = 785 = 5 \times 157, 729 - 54 + 2 = 677 \text{ より}$$

$$\underline{81^3 + 4 = 5 \times 157 \times 677}$$