

問) $x^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ をみたす x を求めよ。ただし、 $x > 0$ である。

$$x^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2} \times \frac{p}{p}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{p}{2p}} = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^p\right)^{\frac{1}{2p}} = \left(\frac{1}{2^p}\right)^{\frac{1}{2p}}$$

$2^p = 2p$ となる p は 1, 2 のみである。

$x^x = k$ は $\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{1}{e}} < k < 1$ のとき解は 2 個ある。グラフ (別紙) より。

ゆえに、 $x = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ となる。