

問)  $a+b+c$  が 6 の倍数のとき、 $a^3+b^3+c^3$  も 6 の倍数であることをい  
え。

$$\underline{a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)} \quad \text{となる。}$$

また、

$a+b+c$  が 6 の倍数のとき、 $a$ 、 $b$ 、 $c$  のいずれかは偶数である。

ゆえに、

$3abc$  は 6 の倍数である。

$a+b+c \equiv 0 \pmod{6}$ ならば、

$3abc \equiv 0 \pmod{6}$ なので

$$\underline{a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc \equiv 0 \pmod{6}}$$