

問) $\cos\frac{1}{7}\pi \times \cos\frac{2}{7}\pi \times \cos\frac{3}{7}\pi$ の値を求めよ。

$$\alpha = \cos\frac{1}{7}\pi \times \cos\frac{2}{7}\pi \times \cos\frac{3}{7}\pi \text{ とおく。}$$

両辺に $2\sin\frac{1}{7}\pi$ を掛けてみよう。

$$2\sin\frac{1}{7}\pi \times \alpha = \underline{2\sin\frac{1}{7}\pi \times \cos\frac{1}{7}\pi} \times \cos\frac{2}{7}\pi \times \cos\frac{3}{7}\pi$$

$$2\sin\frac{1}{7}\pi \times \alpha = \underline{\sin\frac{2}{7}\pi} \times \cos\frac{2}{7}\pi \times \cos\frac{3}{7}\pi$$

\sin の 2 倍角を連続して使って、 \cos を \sin に替えていく。

$$4\sin\frac{1}{7}\pi \times \alpha = \sin\frac{4}{7}\pi \times \cos\frac{3}{7}\pi = \sin\frac{4}{7}\pi \times (-\cos\frac{4}{7}\pi)$$

$$8\sin\frac{1}{7}\pi \times \alpha = -\sin\frac{8}{7}\pi = -\sin(\pi + \frac{1}{7}\pi) = \sin\frac{1}{7}\pi$$

求める α の値は、 $\alpha = \frac{1}{8}$