問）$p^2=q^2+8r^2$ となる素数 p、q、r をすべて求めよ。

mod3　で考えると

$p^2\equiv 0$、1　　$q^2\equiv 0$、1　　$8r^2\equiv 0$、-1　となる。

$q^2+8r^2\equiv -1$、0、1　の可能性があるが、$p^2\equiv 0$、1　との

関係から　$8r^2\equiv -1$　はない。ゆえに　$8r^2\equiv 0$　である。

$r^2\equiv 0$　で　r は素数なので　$r=3$

$p^2=q^2+8\times 3^2$ なので　$p^2-q^2=72$

因数分解して　　$(p+q)(p-q)=72$

$(p+q、p-q)=(72、1)、(36、2)、(24、3)、$

$(18、4)、(12、6)、(9、8)$

$p+q+p-q=2p$　より　足して偶数で可能性があるのは、

(36、2)、(18、4)、(12、6) の 3 つであるが、p、q が素数になる

のは、(36、2)、(18、4) の 2 つである。

(p、q、r) = (19、17、3)、(11、7、3) が答えとなる。