

問) $a = \sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{9} + 4$ のとき $\frac{12}{a} + \frac{6}{a^2} + \frac{1}{a^3}$

を求めよ。

$$(\sqrt[3]{9} - 2)a = (\sqrt[3]{9} - 2)(\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{9} + 4) = 9 - 8 = 1$$

より

$$\frac{1}{a} = \sqrt[3]{9} - 2$$

$$\frac{12}{a} + \frac{6}{a^2} + \frac{1}{a^3} = 12(\sqrt[3]{9} - 2) + 6(\sqrt[3]{9} - 2)^2 + (\sqrt[3]{9} - 2)^3$$

となる。

$$12(\sqrt[3]{9} - 2) + 6(\sqrt[3]{9} - 2)^2 + (\sqrt[3]{9} - 2)^3$$

を式変形して

$$(\sqrt[3]{9} - 2)(12 + 6(\sqrt[3]{9} - 2) + (\sqrt[3]{9} - 2)^2)$$

$$= (\sqrt[3]{9} - 2)(12 + 6\sqrt[3]{9} - 12 + \sqrt[3]{81} - 4\sqrt[3]{9} + 4)$$

$$= (\sqrt[3]{9} - 2)(\sqrt[3]{81} + 2\sqrt[3]{9} + 4)$$

$$= 1$$