

問) $x^{x^2} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ をみたす x を求めよ。 $x > 0$ である。

$x^{x^2} = (\frac{1}{2})^{(\frac{1}{2})^2}$ となるので、明らかに、 $x = \frac{1}{2}$ である。

$$(\frac{1}{2})^{(\frac{1}{2})^2} = (\frac{1}{2})^{(\frac{1}{2})^2 \times \frac{p}{p}} = (\frac{1}{2})^{\frac{p}{4p}} = (\frac{1}{2^p})^{\frac{1}{4p}}$$

ゆえに、 $(2^p)^2 = 4p$ となる 1 以外の p が見つければよい。

$$(2^{\frac{1}{2}})^2 = 4 \times \frac{1}{2} \text{ なので、 } p \text{ は } \frac{1}{2} \text{ でもよい。}$$

ゆえに、 $x = \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}$ となる。
