

問) $XX+YY+ZZ=XYZ$ を満たす X, Y, Z を求めよ。

XX, YY, ZZ は 2 桁の数、 XYZ は 3 桁の数で、 X, Y, Z は 1 から 9 までの整数とする。

$$11(X+Y+Z) = 100X + 10Y + Z$$

$$89X - Y - 10Z = 0 \cdots \textcircled{1}$$

3 桁の整数 XYZ は、11 の倍数なので、

$$10^2X + 10Y + Z \equiv (-1)^2X + (-1)Y + Z \equiv X - Y + Z \equiv 0 \pmod{11}$$

$$X - Y + Z = 0 \text{ または } 11 \cdots \textcircled{2}$$

$$X - Y + Z = 0 \text{ のとき } \textcircled{1} \text{ より } 89X - (X+Z) - 10Z = 0$$

$$88X - 11Z = 0 \text{ なので } 8X = Z$$

$$\therefore (X, Y, Z) = (1, 9, 8)$$

$$X - Y + Z = 11 \text{ のとき } \textcircled{1} \text{ より } 89X - (X+Z-11) - 10Z = 0$$

$$88X - 11Z + 11 = 0 \text{ なので } 8X = Z - 1$$

$$\therefore (X, Y, Z) = (1, -1, 9) \quad \text{不適}$$

$11 + 99 + 88 = 198$ の一組が答えである。