問）$x^2 = 7^m - 2^n$ をみたす整数ｘ、ｍ、ｎをすべて求めよ。

ｍまたはｎのどちらかが負の整数とすると、右辺が整数にならない。x^2 は整数なので、これは矛盾である。

ゆえに、ｍとｎは０以上の整数である。

mod7　で　$x \equiv 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$　より　$\underline{x^2 \equiv 0、1、4、9 \equiv 0、1、4、2}$

2^n　は　$2^1 = 2$、$2^2 = 4$、$2^2 = 8 \equiv 1$　で　mod7　で　2、4、1　とループする。

$m \geqq 1$　のとき　$\underline{7^m - 2^n \equiv -2、-4、-1 \equiv 5、3、6 \pmod{7}}$

下線部を比較して、$m \geqq 1$ はありえない。

ゆえに、$m = 0$　である。

$x^2 = 1 - 2^n$　　より　$2^n = 1 - x^2 = (1 + x)(1 - x)$

$(1 + x)(1 - x) > 0$　より　$-1 < x < 1$　なので満たすのは　$x = 0$ のみである。

$\underline{\underline{ゆえに、x = 0、m = 0、n = 0}}$