

問) 次の連立方程式を解け。

$$\frac{x+y}{xyz} = -\frac{1}{4} \dots (1) \quad , \quad \frac{x+z}{xyz} = \frac{1}{24} \dots (2) \quad , \quad \frac{y+z}{xyz} = -\frac{1}{24} \dots (3)$$

解) すべての式の和 (1) + (2) + (3) を求めると

$$\frac{x+y+z}{xyz} = -\frac{1}{8} \dots (4)$$

がわかる。

(4) - (1) を計算すると

$$\frac{x+y+z}{xyz} - \frac{x+y}{xyz} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{z}{xyz} = \frac{1}{xy} = \frac{1}{8} \dots (5)$$

(4) - (2) や (4) - (3) も同様に

$$\frac{1}{yz} = -\frac{1}{8} + \frac{1}{24} = -\frac{1}{12} \dots (6)$$

$$\frac{1}{zx} = -\frac{1}{8} - \frac{1}{24} = -\frac{1}{6} \dots (7)$$

(5)(6)(7) をかけると

$$\frac{1}{xy} \times \frac{1}{yz} \times \frac{1}{zx} = \left(\frac{1}{8}\right) \times \left(-\frac{1}{12}\right) \times \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\frac{1}{x^2y^2z^2} = \frac{1}{576} \text{ より}$$

$$\frac{1}{xyz} = \pm \frac{1}{24}, \text{ ゆえに } xyz = \pm 24$$

$$x + y + z = \pm 3$$

$$x + y + z = 3 \text{ のとき, } x + y = 6, x + z = -1, y + z = 1$$

より

$$\underline{x = 2, y = 4, z = -3}$$

$$\text{同様に計算すると } \underline{x = -2, y = -4, z = 3}$$

もいえる。