

問) $\sqrt{2022 + a^2 + 2a}$ が整数となるように a の値を定めよ。

解) $2022 + a^2 + 2a = k^2$ とおく。

変形すると $2022 + (a + 1)^2 - 1 = k^2$

$k^2 - (a + 1)^2 = 2021$ となる。因数分解すると、

$$(k + a + 1)(k - a - 1) = 47 * 43$$

$$k + a + 1 = 47, k - a - 1 = 43 \cdots (1)$$

$$\text{または } k + a + 1 = 2021, k - a - 1 = 1 \cdots (2)$$

となりそうです。解くと、

$$(1) \text{ は } k = 45, a = 1$$

$$(2) \text{ は } k = 1011, a = 1009 \text{ となる。}$$

$$\underline{a = 1, 1009}$$