

問)  $2^{16}+1$   $2^{32}+1$  は互いに素であることをいえ。

$$\gcd(2^{16}+1, 2^{32}+1) = \gcd(2^{16}+1, (2^{16}+1)(2^{16}-1)+2) = \gcd(2^{16}+1, 2) = \gcd(2^{16}+1, 1) = 1$$

問)  $n^2 - 2n + 1$  ( $n$  は自然数) は互いに素であることをいえ。

$$\gcd(4, 2n+1) = 1 \text{ より}$$

$$\gcd(n^2, 2n+1) = \gcd(4n^2, 2n+1) = \gcd(2n+1, (2n+1)(2n-1)+1) = \gcd(2n+1, 1) = 1$$

問)  $n^2+2$  が  $2n+1$  で割り切れるように  $n$  の値を定めよ。

$$\gcd(n^2+2, 2n+1) = 2n+1$$

$$\gcd(4n^2+8, 2n+1) = 2n+1$$

$$\gcd((2n+1)(2n-1)+9, 2n+1) = 2n+1$$

$$\gcd(9, 2n+1) = 2n+1$$

9 が  $2n+1$  の倍数でなければならない。

ゆえに、 $2n+1$  は 9 の約数である。

$$2n+1 = 1, 3, 9$$

$n$  は自然数なので、 $2n+1=3, 9$   $n=1, 4$