問）$n(n+1)(n+2)(n+3)$ は平方数にならないことを示せ。ただし、$n$ は自然数である。

mod では　考えにくい。因数分解にて。

$A=n(n+1)(n+2)(n+3)$ とおく。

$A+1= n(n+1)(n+2)(n+3)+1=(n^2+3n)(n^2+3n+2)+1=(n^2+3n+1)^2$

$N= n^2+3n$ とおくと　　$A<(N+1)^2$ である。

平方数のとなりに平方数があるはずないが。

一応　$N^2<A$ を確認しよう。

$A-N^2= n(n+1)(n+2)(n+3)-(n^2+3n)^2=(n^2+3n)(n^2+3n+2)-(n^2+3n)^2=2(n^2+3n)$

N は自然数なので、$2(n^2+3n)>0$　ゆえに　　$N^2<A$

$N^2<A<(N+1)^2$　なので　　$A=n(n+1)(n+2)(n+3)$　は　平方数ではない。