

問) $\sqrt{0.AAAAAAAAA\cdots}=0.BBBBBBBB\cdots$ となる (A, B) の組を求めよ。
ただし、 A, B は1桁の自然数とする。

$$\sqrt{0.AAAAAAAAA\cdots}=\sqrt{A(0.11111111\cdots)}=\sqrt{\frac{A(0.999999\cdots)}{9}}$$

$$0.999999\cdots=1 \text{ より}$$

$$\sqrt{\frac{A(0.999999\cdots)}{9}}=\sqrt{\frac{A}{9}}=\frac{\sqrt{A}}{3}$$

$$0.BBBBBBBB\cdots=B(0.111111\cdots)=\frac{B(0.99999\cdots)}{9}=\frac{B}{9}$$

$$\frac{\sqrt{A}}{3}=\frac{B}{9}$$

$A = 2, 3, 5, 6, 7, 8$ は、左辺が無理数となるので、右辺が有理数に反する。

$(A, B) = (1, 3), (4, 6), (9, 9)$ の3組である。