**数学Ⅰ＜後＞ 第１回レポート用スクーリング教材**

－ 2次関数のグラフ(2) －　［教科書：ｐ86～ｐ87］

　　2次関数は、一般に

***y*＝*ax* 2＋*bx*＋*c***

　の形で表される。ただし、*a*、*b*、*c*は定数で、*a*0である。

***y*＝*ax* 2 のグラフ**

　（１）　この形の曲線を 放物線 という。

　（２）　グラフは、 原点 を通り、 ***y***軸 について対称な曲線である。

　（３）　対称軸となる直線を 軸 という。

　（４）　軸と放物線の交点を 頂点 という。

　（５）

　　　①　a＞0のとき 下に凸

②　a＜0のとき 上に凸

*y*

頂点

*y*

*x*

0

軸

軸

*x*

0

頂点

●　*y*＝2(*x*－4)2のグラフ

●　*y*＝2*x* 2＋3のグラフ

*x***＝**４

*y*

*y*

*y*＝2*x* 2

*y*＝2*x* 2

３

*x*

*x*

４

0

0

*y*＝2*x* 2のグラフを

***x*軸方向に　４**

***y*軸方向に　０**

**頂点の座標（ ４ 、 ０）**

**軸の方程式： *x*＝４**

*y*＝2*x* 2のグラフを

***x*軸方向に　０**

***y*軸方向に　３**

**頂点の座標（ ０ 、 ３）**

**軸の方程式： *x*＝０**

平行移動

平行移動

■　*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*のグラフ

[例　１] *y*＝(*x*－2) 2＋3のグラフ

考え方

*x*軸方向に　　　　平行移動

・・・*x*を(*x*－2)に書き変えた

*y*＝*x* 2

*y*＝(*x*－2) 2

*y*軸方向に　　　　平行移動

・・・右辺に＋3した

*y*＝(*x*－2) 2＋3

　　よって、*y*＝(*x*－2) 2＋3のグラフは、

*y*＝*x* 2のグラフを、

*x*軸方向に

－2

2

2

0

*y*

*x*

*y*軸方向に

*x*＝4のとき

*y*＝(　　－2)2 ＋3

＝

*x*＝3のとき

*y*＝(　　－2)2 ＋3

＝

　平行移動したものであり、

　　　　頂点の座標（　　、　　）

　　　　軸の方程式

　である。

***y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*のグラフ**

*x*

*y*

0

*q*

*p*

*y*＝*ax* 2

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*

*y*軸方向へ *q*移動

(上下に)

形を決める

(上に凸、下に凸、広がり具合等)

*x*軸方向へ *p*移動

(左右に)

　　　頂点の座標は（　***p*** 、 ***q*** ）

　　　軸の方程式は　　***x***＝***p***

[練習１] 次の関数のグラフは，( ) 内の関数の表すグラフをどのように平行移動したものか。また，

頂点の座標，軸の方程式，放物線が上に凸であるか，下に凸であるかを　　　の中に答えなさい。

(1)*y*＝(*x*－4) 2＋5 (*y*＝*x* 2 ) (2)*y*＝2(*x*＋2) 2＋3 (*y*＝2*x* 2 )

*x* 軸方向に *x* 軸方向に

*y* 軸方向に *y* 軸方向に

頂点の座標 頂点の座標

軸の方程式 軸の方程式

に凸 に凸

(3)*y*＝－(*x*－3) 2－1 (*y*＝－*x* 2 ) (4)*y*＝－3(*x*＋1) 2－4 (*y*＝－3*x* 2 )

*x* 軸方向に *x* 軸方向に

*y* 軸方向に *y* 軸方向に

頂点の座標 頂点の座標

軸の方程式 軸の方程式

に凸 に凸

[練習２] 次の関数のグラフを，( )内に示したように平行移動したとき，そのグラフを表す関数を

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形で示しなさい。

(1)*y*＝*x* 2  （*x* 軸方向に 3 ，*y* 軸方向に －2）

(2)*y*＝2*x* 2  （*x* 軸方向に－3 ，*y* 軸方向に6）

[練習３] 次の関数の頂点および軸を求め、グラフをかきなさい。

(1)*y*＝(*x*－3) 2－2

頂点の座標

軸の方程式：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| *x*－3 |  |  |  |  | 1 | 2 |  |
| (*x*－3) 2 |  |  |  |  | 1 | 4 |  |
| (*x*－3) 2－2 |  |  |  |  | -1 | 2 |  |

0

2

2

*y*

*x*＝４のとき

*y*＝(　　－３)2－２

　　　 ＝

*x*＝５のとき

*y*＝(　　－３)2－２

　　　 ＝

(2)*y*＝－2(*x*＋2) 2＋1

頂点の座標

軸の方程式：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 |
| *x*＋2 |  |  |  | 1 | 2 |
| (*x*＋2) 2 |  |  |  | 1 | 4 |
| －2(*x*＋2) 2 |  |  |  | -2 | -8 |
| －2(*x*＋2) 2＋1 |  |  |  | -1 | -7 |

*x*＝－１のとき

*y*＝－２(　　＋２)2＋１

　　　 ＝

*x*＝０のとき

*y*＝－２(　　＋２)2＋１

　　　 ＝

0

－2

－2

*x*

*y*

**数学Ⅰ＜後＞ 第１回レポート用スクーリング教材**解答例

－ 2次関数のグラフ(2) －　［教科書：ｐ86～ｐ87］

　　2次関数は、一般に

***y*＝*ax* 2＋*bx*＋*c***

　の形で表される。ただし、*a*、*b*、*c*は定数で、*a*0である。

***y*＝*ax* 2 のグラフ**

　（１）　この形の曲線を 放物線 という。

　（２）　グラフは、 原点 を通り、 ***y***軸 について対称な曲線である。

　（３）　対称軸となる直線を 軸 という。

　（４）　軸と放物線の交点を 頂点 という。

　（５）

　　　①　a＞0のとき 下に凸

②　a＜0のとき 上に凸

*y*

頂点

*y*

*x*

0

軸

軸

*x*

0

頂点

●　*y*＝2(*x*－4)2のグラフ

●　*y*＝2*x* 2＋3のグラフ

*x***＝**４

*y*

*y*

*y*＝2*x* 2

*y*＝2*x* 2

３

*x*

*x*

４

0

0

*y*＝2*x* 2のグラフを

***x*軸方向に　４**

***y*軸方向に　０**

**頂点の座標（ ４ 、 ０）**

**軸の方程式： *x*＝４**

*y*＝2*x* 2のグラフを

***x*軸方向に　０**

***y*軸方向に　３**

**頂点の座標（ ０ 、 ３）**

**軸の方程式： *x*＝０**

平行移動

平行移動

■　*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*のグラフ

[例　１] *y*＝(*x*－2) 2＋3のグラフ

*y*＝*x* 2・・・頂点(0，0)

考え方

*x*軸方向に　２　　平行移動

・・・*x*を(*x*－2)に書き変えた

*y*＝(*x*－2) 2・・・頂点(2，0)

*y*軸方向に　３　　平行移動

・・・右辺に＋3した

7

*y*＝(*x*－2) 2＋3・・・頂点(2，3)

頂点(2、3)

　　よって、*y*＝(*x*－2) 2＋3のグラフは、

*y*＝*x* 2のグラフを、

*x*軸方向に　２

軸：*x*＝2

－2

2

0

*y*

*x*

*y*軸方向に　３

*x*＝4のとき

*y*＝(4－2)2 ＋3

＝22＋3

　　　＝4＋3

　　　＝7

*x*＝3のとき

*y*＝(3－2)2 ＋3

＝12＋3

　　　＝1＋3

　　　＝4

　平行移動したものであり、

　　　　頂点の座標（ ２ 、 ３ ）

　　　　軸の方程式　　***x***＝２

　である。

***y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*のグラフ**

*x*

*y*

0

*q*

*p*

*y*＝*ax* 2

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*

*y*軸方向へ *q*移動

(上下に)

形を決める

(上に凸、下に凸、広がり具合等)

*x*軸方向へ *p*移動

(左右に)

符号が変わる！！

頂点(*p*、*q*)

　　　頂点の座標は（ ***p*** 、 ***q*** ）

　　　軸の方程式は　　***x***＝***p***

[練習１] 次の関数のグラフは，( ) 内の関数の表すグラフをどのように平行移動したものか。また，

頂点の座標，軸の方程式，放物線が上に凸であるか，下に凸であるかを　　　の中に答えなさい。

(1)*y*＝(*x*－4) 2＋5 (*y*＝*x* 2 ) (2)*y*＝2(*x*＋2) 2＋3 (*y*＝2*x* 2 )

－２

４

*x* 軸方向に *x* 軸方向に

３

５

*y* 軸方向に *y* 軸方向に

（－２、３）

（４、５）

頂点の座標 頂点の座標

***x***＝－２

***x***＝４

軸の方程式 軸の方程式

下

下

に凸 に凸

(3)*y*＝－(*x*－3) 2－1 (*y*＝－*x* 2 ) (4)*y*＝－3(*x*＋1) 2－4 (*y*＝－3*x* 2 )

－１

３

*x* 軸方向に *x* 軸方向に

－４

－１

*y* 軸方向に *y* 軸方向に

（－１、－４）

（３、－１）

頂点の座標 頂点の座標

***x***＝－１

***x***＝３

軸の方程式 軸の方程式

上

上

に凸 に凸

[練習２] 次の関数のグラフを，( )内に示したように平行移動したとき，そのグラフを表す関数を

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形で示しなさい。

(1)*y*＝*x* 2  （*x* 軸方向に 3 ，*y* 軸方向に －2）・・・*x*を(*x*－３)に書き変え、右辺に－２

*y*＝(*x*－３) 2－２　　　　　　　　　　　*y*＝*x* 2→*y*＝(*x*－３) 2→*y*＝(*x*－３) 2－２

(2)*y*＝2*x* 2  （*x* 軸方向に－3 ，*y* 軸方向に6）・・・*x*を(*x*＋３)に書き変え、右辺に＋６

*y*＝2(*x*＋３) 2＋６　　　　　　　　　*y*＝2*x* 2→*y*＝2(*x*＋３) 2→*y*＝2(*x*＋３) 2＋６

[練習３] 次の関数の頂点および軸を求め、グラフをかきなさい。

(1)*y*＝(*x*－3) 2－2

頂点の座標（ ３ 、－２ ）

軸の方程式：***x***＝３

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| *x*－3 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| (*x*－3) 2 | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 |
| (*x*－3) 2－2 | 7 | 2 | -1 | -2 | -1 | 2 | 7 |

*x*

*y*

軸：***x***＝3

0

2

2

7

頂点(3、－2)

*x*＝４のとき

*y*＝(４－３)2－２

　　　 ＝１2－２

　　　 ＝１－２

　　　 ＝－１

*x*＝５のとき

*y*＝(５－３)2－２

　　　 ＝２2－２

　　　 ＝４－２

　　　 ＝２

(2)*y*＝－2(*x*＋2) 2＋1

頂点の座標（ －２ 、１ ）

軸の方程式：***x***＝－２

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 |
| *x*＋2 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| (*x*＋2) 2 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |
| －2(*x*＋2) 2 | -8 | -2 | 0 | -2 | -8 |
| －2(*x*＋2) 2＋1 | -7 | -1 | 1 | -1 | -7 |

0

－2

－2

*x*

*y*

軸：***x***＝－2

頂点(－2、1)

－7

*x*＝－１のとき

*y*＝－２(－１＋２)2＋１

　　　 ＝－２×１2＋１

　　　 ＝－２＋１

　　　 ＝－１

*x*＝０のとき

*y*＝－２(０＋２)2＋１

　　　 ＝－２×２2＋１

　　　 ＝－８＋１

　　　 ＝－７

**数学Ⅰ＜後＞ 第２回レポート用スクーリング教材－その１**

－ 2次関数のグラフ(3) －　［教科書：ｐ88～ｐ91］

■　*y*＝*ax*2＋*bx*＋*c*のグラフ

　　次の式変形がグラフをかく準備となる。

【学習のポイント】　「平方完成」ということ

　　（１）*y*＝*ax*2＋*bx*＋*c* は、*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形してグラフの頂点・軸を求める。

･････第２回レポートの目標

　（２）変形では、

(*x*＋*m*)2＝*x* 2＋2*mx*＋*m* 2より*x* 2＋2*mx*＝(*x*＋*m*)2－*m* 2・・・①

(*x*－*m*)2＝*x* 2－2 *mx*＋*m* 2より*x* 2－2*mx*＝(*x*－*m*)2－*m* 2・・・②

という関係式を使う。

･････中学数学の復習

[準　備] 次の式を平方完成しなさい。

　(1) *x* 2＋4 *x*＋4　　　　　　　　　　　　　　　　(2) *x* 2－4 *x*＋4

　(3) *x* 2＋6 *x*＋9　　　　　　　　　　　　　　　　(4) *x* 2－2 *x*＋1

[例１] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1)　 *y*＝*x* 2＋2*x*

頂点（　　，　　）、軸：***x***＝

(2)　 *y*＝*x* 2－2*x*

頂点　　　　　　、軸：

(3) 　*y*＝*x*2＋4*x*＋3

頂点　　　　　　、軸：

[練習１] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1)　 *y*＝*x* 2＋10*x*

頂点　　　　　　、軸：

(2)　 *y*＝*x* 2－4*x*

頂点　　　　　　、軸：

(3) 　*y*＝*x*2＋2*x*＋5

頂点　　　　　　、軸：

(4) 　*y*＝*x*2－4*x*－1

頂点　　　　　　、軸：

[例２] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) 　*y*＝2*x*2+8*x*＋7

*x*2の係数2で、2*x*2 +8*x*をくくる　　ＡＢ+ＡＣ＝Ａ（Ｂ＋Ｃ）

　　　　＝2(*x*2 +4*x*)＋7

*x*の係数4の半分の数2を考える

　　　　＝2{(*x* +2 )2 －4 }＋7

公式①で*m*＝２*x* 2＋4*x*＝(*x*＋2) 2－4

　　　　＝2(*x*+2)2 －8＋7

　　　　＝2(*x*+2)2 －1

頂点（**－２**，**－１**）、軸：***x***＝**－２**

(2) 　*y*＝－*x*2－6*x*－4

頂点　　　　　　　、軸：

[練習２] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) 　*y*＝2*x*2 +4*x*－1

頂点　　　　　　、軸：

(2) 　*y*＝－*x*2 +8*x*－9

頂点　　　　　、軸：

(3) 　*y*＝3*x*2－6*x*＋3

頂点　　　　　、軸：

(4) 　*y*＝－2*x*2+8*x*－9

頂点　　　　　　、軸：

**数学Ⅰ＜後＞ 第２回レポート用スクーリング教材－その１**解答例

－ 2次関数のグラフ(3) －　［教科書：ｐ88～ｐ91］

■　*y*＝*ax*2＋*bx*＋*c*のグラフ

　　次の式変形がグラフをかく準備となる。

【学習のポイント】　「平方完成」ということ

　　（１）*y*＝*ax*2＋*bx*＋*c* は、*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形してグラフの頂点・軸を求める。

･････第２回レポートの目標

　（２）変形では、

(*x*＋*m*)2＝*x* 2＋2*mx*＋*m*2より*x* 2＋2*mx*＝(*x*＋*m*)2－*m* 2・・・①

(*x*－*m*)2＝*x* 2－2*mx*＋*m* 2より*x* 2－2*mx*＝(*x*－*m*)2－*m* 2・・・②

という関係式を使う。

･････中学数学の復習

[準　備] 次の式を平方完成しなさい。

　(1) *x* 2＋4 *x*＋4　　　　　　　　　　　　　　　　(2) *x* 2－4 *x*＋4

　　 ＝(*x*＋2) 2－4＋4　　＝(*x*－2) 2－4＋4

　　 ＝(*x*＋2) 2 ＝(*x*－2) 2

　(3) *x* 2＋6 *x*＋9　　　　　　　　　　　　　　　　(4) *x* 2－2 *x*＋1

　　 ＝(*x*＋3) 2－9＋9＝(*x*－1) 2－1＋1

　　 ＝(*x*＋3) 2＝(*x*－1) 2

[例１] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1)　 *y*＝*x* 2＋2*x* ＝(*x*＋1) 2－1

公式①で*m*＝１*x* 2＋2*x*＝(*x*＋1) 2－1

*x*の係数２の半分の数１を考える

頂点（**－１**，**－１**）、軸：***x***＝**－１**

(2)　 *y*＝*x* 2－2*x* ＝(*x*－1) 2－1

公式②で*m*＝１*x* 2－2*x*＝(*x*－1) 2－1

*x*の係数－２の半分の数－１を考える

頂点（**１**，**－１**）、軸：***x***＝**１**

(3) 　*y*＝*x*2＋4*x*＋3＝(*x*＋2) 2－4＋3＝(*x*＋2) 2－1

公式①で*m*＝２*x* 2＋4*x*＝(*x*＋2) 2－4

*x*の係数４の半分の数２を考える

頂点（**－２**，**－１**）、軸：***x***＝**－２**

[練習１] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1)　 *y*＝*x* 2＋10*x* ＝(*x*＋5) 2－25

公式①で*m*＝５*x* 2＋10*x*＝(*x*＋5) 2－25

*x*の係数１０の半分の数５を考える

頂点（**－５**，**－２５**）、軸：***x***＝**－５**

(2)　 *y*＝*x* 2－4*x* ＝(*x*－2) 2－4

公式②で*m*＝２*x* 2－4*x*＝(*x*－2) 2－4

*x*の係数－４の半分の数－２を考える

頂点（**２**，**－４**）、軸：***x***＝**２**

(3) 　*y*＝*x*2＋2*x*＋5＝(*x*＋1) 2－1＋5＝(*x*＋1) 2＋4

公式①で*m*＝１*x* 2＋2*x*＝(*x*＋1) 2－1

*x*の係数２の半分の数１を考える

頂点（**－１**，**５**）、軸：***x***＝**－１**

(4) 　*y*＝*x*2－4*x*－1＝(*x*－2) 2－4－1＝(*x*－2) 2－5

公式②で*m*＝２*x* 2－4*x*＝(*x*－2) 2－4

*x*の係数－４の半分の数－２を考える

頂点（**２**，**－５**）、軸：***x***＝**２**

[例２] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) 　*y*＝2*x*2 +8*x*＋7

*x*2の係数2で、2*x*2 +8*x*をくくる　　ＡＢ+ＡＣ＝Ａ（Ｂ＋Ｃ）

　　　　＝2(*x*2 +4*x*)＋7

*x*の係数4の半分の数2を考える

　　　　＝2{(*x* +2 )2 －4 }＋7

公式①で*m*＝２*x* 2＋4*x*＝(*x*＋2) 2－4

　　　　＝2(*x*+2)2 －8＋7

　　　　＝2(*x*+2)2 －1

頂点（**－２**，**－１**）、軸：***x***＝**－２**

(2) 　*y*＝－*x*2－6*x*－4

*x*2の係数－1で、－*x*2－6*x*をくくる

　　　　＝－(*x*2＋6*x*)－4

*x*の係数6の半分の数3を考える

　　　　＝－{(*x*+3 )2 －9 }－4

公式①で*m*＝３*x* 2＋6*x*＝(*x*＋3) 2－9

　　　　＝－(*x*＋3)2 ＋9－4

　　　　＝－(*x*＋3)2 ＋5

頂点（**－３**，**５** ）、軸：***x***＝**－３**

[練習２] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) 　*y*＝2*x*2 +4*x*－1

*x*2の係数2で、2*x*2 +4*x*をくくる

　　　　＝2(*x*2 +2*x*)－1

*x*の係数２の半分の数１を考える

　　　　＝2{(*x* +1 )2 －1 }－1

公式①で*m*＝１*x* 2＋2*x*＝(*x*＋1) 2－1

　　　　＝2(*x*+1)2 －2－1

　　　　＝2(*x*+1)2 －3

頂点（**－１**，**－３**）、軸：***x***＝**－１**

(2) 　*y*＝－*x*2 +8*x*－9

*x*2の係数－１で、－*x*2 +8*x*をくくる

　　　　＝－(*x*2－8*x*)－9

*x*の係数－８の半分の数－４を考える

　　　　＝－{(*x* －4 )2 －16 }－9

公式②で*m*＝４*x* 2－8*x*＝(*x*－4) 2－16

　　　　＝－(*x*－4)2 +16－9

　　　　＝－(*x*－4)2 +7

頂点（**４**，**７**）、軸：***x***＝**４**

(3) 　*y*＝3*x*2－6*x*＋3

*x*2の係数３で、3*x*2－6*x*をくくる

　　　　＝3(*x*2 －2*x*)＋3

*x*の係数－２の半分の数－１を考える

　　　　＝3{(*x* －1 )2 －1 }＋3

公式②で*m*＝１*x* 2－2*x*＝(*x*－1) 2－1

　　　　＝3(*x*－1)2 －3＋3

　　　　＝3(*x*－1)2

頂点（**１**，**０**）、軸：***x***＝**１**

(4) 　*y*＝－2*x*2 +8*x*－9

*x*2の係数－２で、－2*x*2 +8*x*をくくる

　　　　＝－2(*x*2－4*x*)－9

*x*の係数－４の半分の数－２を考える

　　　　＝－2{(*x* －2 )2 －4 }－9

公式②で*m*＝２*x* 2－4*x*＝(*x*－2) 2－4

　　　　＝－2(*x*－2)2 +8－9

　　　　＝－2(*x*－2)2 －1

頂点（**２**，**－１**）、軸：***x***＝**２**

**数学Ⅰ＜後＞ 第２回レポート用スクーリング教材－その２**

－ 2次関数のグラフ(3) －　［教科書：ｐ88～ｐ91］

復習

【確認事項】　***y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*のグラフ**

*x*

*y*

0

*q*

*p*

*y*＝*ax* 2

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*

*y*軸方向へ *q*移動

(上下に)

形を決める

(上に凸、下に凸、広がり具合等)

*x*軸方向へ *p*移動

(左右に)

　　　頂点の座標は（ *p* 、 *q* ）

　　　軸の方程式は　　*x*＝*p*

■　*y*＝*ax*2＋*bx*＋*c*のグラフ

　　次の式変形がグラフをかく準備となる。

【学習のポイント】　「平方完成」ということ

　　（１）*y*＝*ax*2＋*bx*＋*c* は、*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形してグラフの頂点・軸を求める。

･････第２回レポートの目標

　（２）変形では、

(*x*＋*m*)2＝*x* 2＋2*mx*＋*m*2より*x* 2＋2*mx*＝(*x*＋*m*)2－*m* 2・・・①

(*x*－*m*)2＝*x* 2－2*mx*＋*m* 2より*x* 2－2*mx*＝(*x*－*m*)2－*m* 2・・・②

という関係式を使う。

･････中学数学の復習

[例１] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1)　 　*y*＝*x*2－6*x*＋7

頂点（　　，　　）、軸：

(2)　　*y*＝－*x*2－2*x*

頂点（　　，　　）、軸：

[練習１] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1)　 　*y*＝*x*2＋4*x*＋1

頂点（　　，　　）、軸：

(2)　　*y*＝2*x*2－4*x* +5

頂点（　　，　　）、軸：

[例２] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求め、そのグラフをかきなさい。

(1)*y*＝*x*2－2*x*－1

*y*

5

頂点（　　、　　）、軸：

1

0

*x*

1

5

－1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | ・・・ |  |  |  |  |  | ・・・ |
| *y* | ・・・ |  |  |  |  |  | ・・・ |

頂点の*x*座標が

真中になるようにする。

(2)　*y*＝－*x*2－4*x*－1

*y*

*x*

0

1

1

3

頂点（　　、　　）、軸：

－2

－1

(参考)

*x*＝－１のとき

*y*＝－(－１＋２)2＋３

　　　 ＝

*x*＝０のとき

*y*＝－(０＋２)2＋３

　　　 ＝

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | ・・・ |  |  |  |  |  | ・・・ |
| *y* | ・・・ |  |  |  |  |  | ・・・ |

[練習２] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求め、そのグラフをかきなさい。

(1)*y*＝*x*2 +6*x* +5

1

1

0

頂点（　　、　　）、軸：

　　　　＝

－1

113

－3

－5

－4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | ・・・ |  |  |  |  |  | ・・・ |
| *y* | ・・・ |  |  |  |  |  | ・・・ |

(2)　*y*＝2*x*2 +8*x* +5

*y*

5

1

頂点（　　、　　）、軸：

－1

－1

1

0

*x*

(参考)

*x*＝－１のとき

*y*＝２(－１＋２)2－３

　　　 ＝

*x*＝０のとき

*y*＝２(０＋２)2－３

　　　 ＝

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | ・・・ |  |  |  |  |  | ・・・ |
| *y* | ・・・ |  |  |  |  |  | ・・・ |

[曲線の神秘]

軸

焦点

**数学Ⅰ＜後＞ 第２回レポート用スクーリング教材－その２**解答例

－ 2次関数のグラフ(3) －　［教科書：ｐ88～ｐ91］

復習

【確認事項】　***y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*のグラフ**

*x*

*y*

0

*q*

*p*

*y*＝*ax* 2

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*

*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q*

*y*軸方向へ *q*移動

(上下に)

形を決める

(上に凸、下に凸、広がり具合等)

*x*軸方向へ *p*移動

(左右に)

　　　頂点の座標は（ *p* 、 *q* ）

　　　軸の方程式は　　*x*＝*p*

■　*y*＝*ax*2＋*bx*＋*c*のグラフ

　　次の式変形がグラフをかく準備となる。

【学習のポイント】　「平方完成」ということ

　　（１）*y*＝*ax*2＋*bx*＋*c* は、*y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形してグラフの頂点・軸を求める。

･････第２回レポートの目標

　（２）変形では、

(*x*＋*m*)2＝*x* 2＋2*mx*＋*m*2より*x* 2＋2*mx*＝(*x*＋*m*)2－*m* 2・・・①

(*x*－*m*)2＝*x* 2－2*mx*＋*m* 2より*x* 2－2*mx*＝(*x*－*m*)2－*m* 2・・・②

という関係式を使う。

･････中学数学の復習

[例１] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1)　 　*y*＝*x*2－6*x*＋7＝(*x*－3) 2－9＋7＝(*x*－3) 2－2

頂点（**３**，－**２**）、軸：***x***＝**３**

公式②で*m*＝3

(2)　　*y*＝－*x*2－2*x*＝－(*x*2＋2*x*) ＝－{(*x*+1 )2 －1 }＝－(*x*＋1)2 ＋1

公式①で*m*＝1

*x*2の係数－1で、－*x*2－2*x*をくくる

頂点（**－１**，**１**）、軸：***x***＝**－１**

[練習１] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1)　 　*y*＝*x*2＋4*x*＋1＝(*x* + 2) 2－4＋1＝(*x* +2) 2－3

頂点（**－２**，－３）、軸：***x***＝**－２**

公式①で*m*＝２

(2)　　*y*＝2*x*2－4*x* +5＝2(*x*2－2*x*)+5 ＝2{(*x*－1 )2 －1 }+5＝2(*x*－1)2 －2＋5＝2(*x*－1)2 ＋3

公式②で*m*＝１

*x*2の係数2で、2*x*2－4*x*をくくる

頂点（**１**，**３**）、軸：***x***＝**１**

[例２] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求め、そのグラフをかきなさい。

(1)*y*＝*x*2－2*x*－1

－1

*y*

*x*

0

1

1

5

5

　　　　＝(*x*－1) 2－1－1

　　　　＝(*x*－1) 2－2

頂点（**１**、**－２**）、軸：***x***＝**１**

　　　　＝

(参考)

*x*＝２のとき

*y*＝(２－１)2－２

　　　 ＝１2－２ ＝１－２＝－１

*x*＝３のとき

*y*＝(３－１)2－２

　　　 ＝２2－２＝４－２＝２

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | ・・・ | －１ | ０ | １ | ２ | ３ | ・・・ |
| *y* | ・・・ | ２ | －１ | －２ | －１ | ２ | ・・・ |

頂点の*x*座標の１が

真中になるようにする。

(2)　*y*＝－*x*2－4*x*－1

3

－2

*y*

*x*

0

1

1

－1

　　　　＝－(*x*2＋4*x*)－1

　　　　＝－{ (*x*＋2)2 －4 }－1

　　　　＝－(*x*＋2)2 ＋4－1

　　　　＝－(*x*＋2)2 ＋3

頂点（**－２**、**３**）、軸：***x***＝**－２**

(参考)

*x*＝－１のとき

*y*＝－(－１＋２)2＋３

　　　 ＝－１2＋３＝－１＋３＝２

*x*＝０のとき

*y*＝－(０＋２)2＋３

　　　 ＝－２2＋３ ＝－４＋３＝－１

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | ・・・ | －４ | －３ | －２ | －１ | ０ | ・・・ |
| *y* | ・・・ | －１ | ２ | ３ | ２ | －１ | ・・・ |

[練習２] 次の関数を *y*＝*a*(*x*－*p*) 2＋*q* の形に変形し、頂点および軸を求め、そのグラフをかきなさい。

(1)*y*＝*x*2 +6*x* +5

　　　　＝(*x* +3) 2－9+5

　　　　＝(*x* +3) 2－4

1

1

0

頂点（**－３**、**－４**）、軸：***x***＝**－３**

　　　　＝

－1

113

－3

－5

－4

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | ・・・ | －５ | －４ | －３ | －２ | －１ | ・・・ |
| *y* | ・・・ | ０ | －３ | －４ | －３ | ０ | ・・・ |

(2)　*y*＝2*x*2 +8*x* +5

*y*

　　　　＝2(*x*2＋4*x*)+5

　　　　＝2{ (*x*＋2)2 －4 }+5

5

　　　　＝2(*x*＋2)2 －8+5

　　　　＝2(*x*＋2)2 －3

1

頂点（**－２**、**－３**）、軸：***x***＝**－２**

－1

－1

1

0

*x*

(参考)

*x*＝－１のとき

*y*＝２(－１＋２)2－３

　　　 ＝２×１2－３＝２－３＝－１

*x*＝０のとき

*y*＝２(０＋２)2－３

　　　 ＝２×２2－３ ＝８－３＝５

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | ・・・ | －４ | －３ | －２ | －１ | ０ | ・・・ |
| *y* | ・・・ | ５ | －１ | －３ | －１ | ５ | ・・・ |

[曲線の神秘]

軸

焦点

**数学Ⅰ＜後＞ 第３回レポート用スクーリング教材**

－ 三角比( tanA，sinA，cosA ) －　［教科書：ｐ104～ｐ113］

　三平方(ピタゴラス)の定理

左図の直角三角形に対して



斜辺の二乗＝(底辺の二乗)＋(対辺の二乗)が成立する。

**直角三角形では、２辺の長さから他の辺を求められる。**

ａ

ｃ

ｂ

(注)　三平方の定理は中学で学ぶ内容である。数学で最も大事な定理と言っていいでしょう。

[例　１] 次の直角三角形について、*x*の値を求めなさい。

8

*x*

5

[練習１]　次の直角三角形について、*x*の値を求めなさい。

(1)　　　　 　　　　　　　　　　　　　　　　　(2)

*x*

20

*x*

３

10

４

　三角比sin､cos､tanの定義

　直角三角形の直角でない角θに辺の長さの比の値を次のように対応させる。

　θに対して  を対応させる。この対応をと書く。

θに対して  を対応させる。この対応をと書く。

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

θに対して  を対応させる。この対応をと書く。

つまり、

　　



(注)　覚え方

　　　　　　　　　　　　

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

[例　２] 下図の直角三角形で、sinA、cosA、tanAの値を求めなさい。

B

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　sinA ＝



5

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　cosA ＝

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　tanA ＝

C

Ａ

2

[練習２] 下図の直角三角形で、sinA、cosA、tanAの値を求めなさい。

C

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　sinA ＝

5



　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　cosA ＝

B

A

6

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　tanA ＝

[例　３] 次の三角比の値を求めなさい。

　(1) 　　　　　　　　　　　　　　　　　(2) 

　　　　　　　　　　　　高さは　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　斜辺の長さは

2

　　　　　　　　　　　　　三平方の定理により　　　　　　　　　　　　　　三平方の定理により

1





1

1

＝　　　　　　　　　　　　　　　　　 　＝

[練習３] 次の三角比の値を求めなさい。

(1)　＝　　　　　　　　　　　　　　　(2)　＝

　(3)　＝

参考

　　　市販の三角定規の辺の長さの比

市販の三角定規の斜辺の長さを１とした場合の残りの辺の長さ

[例　４] 三角比の表（教科書ｐ171）を用いて次の三角比の値を求めなさい。

　(1)　　　　　　　　　　　　　　　　　(2)　

[練習４] 三角比の表を用いて次の三角比の値を求めなさい。

　(1)　

　(2)　

3

*xxb*

5

*x*

27°

　(3)　

[例　５] 三角比の表を用いて図の*x*の値を求めなさい。

　　　　小数第２位を四捨五入すること。

3

*xxb*

10

*x*

42°

[練習５] 三角比の表を用いて図の*x*の値を求めなさい。

　　　　　小数点以下を四捨五入すること。

**数学Ⅰ＜後＞ 第３回レポート用スクーリング教材**解答例

－ 三角比( tanA，sinA，cosA ) －　［教科書：ｐ104～ｐ113］

＜１－１＞　三平方(ピタゴラス)の定理

左図の直角三角形に対して



斜辺の二乗＝(底辺の二乗)＋(対辺の二乗)が成立する。

直角三角形では、２辺の長さから他の辺を求められる。

ａ

ｃ

ｂ

(注)　三平方の定理は中学で学ぶ内容である。数学で最も大事な定理と言っていいでしょう。

[例　１] 次の直角三角形について、*x*の値を求めなさい。

三平方の定理により

*x* 2＋52 ＝82

*x* 2 ＝82－52 ＝39

従って　*x* ＞0　より*x*＝

8

*x*

5

[練習１]　次の直角三角形について、*x*の値を求めなさい。

(1)　　　　 　　　　　　　　　　　　　　　　　(2)

*x*

20

*x*

３

10

４

三平方の定理により

*x* 2＋102 ＝202

*x* 2 ＝202－102 ＝300

従って　*x* ＞0　より*x*＝＝

三平方の定理により

*x* 2 ＝32＋42 ＝25

*x* ＞0　より　*x* ＝  ＝5

＜１－２＞　三角比sin､cos､tanの定義

　直角三角形の直角でない角θに辺の長さの比の値を次のように対応させる。

　θに対して  を対応させる。この対応をと書く。

θに対して  を対応させる。この対応をと書く。

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

θに対して  を対応させる。この対応をと書く。

つまり、

　　



(注)　覚え方

　　　　　　　　　　　　

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

[例　２] 下図の直角三角形で、sinA、cosA、tanAの値を求めなさい。

B

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　sinA ＝



5

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　cosA ＝

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　tanA ＝

Ａ

C

2

[練習２] 下図の直角三角形で、sinA、cosA、tanAの値を求めなさい。

C

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　sinA ＝



5

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　cosA ＝

B

A

6

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　tanA ＝

[例　３] 次の三角比の値を求めなさい。

　(1) 　　　　　　　　　　　　　　　　　(2) 

　　　　　　　　　　　　高さは　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　斜辺の長さは

2

　　　　　　　　　　　　　三平方の定理により　　　　　　　　　　　　　　三平方の定理により

1













1

1

＝　　　　　　　　　　　　　　　　　 　＝

[練習３] 次の三角比の値を求めなさい。

(1)　＝　　　　　　　　　　　　　 (2)　＝

　(3)　＝

参考

　　　市販の三角定規の辺の長さの比

市販の三角定規の斜辺の長さを１とした場合の残りの辺の長さ

[例　４] 三角比の表（教科書ｐ171）を用いて次の三角比の値を求めなさい。

　(1)　　　　　　　　　　　　　　　　　(2)　

　　　　＝ 0.9563　　　　　　　　　　　　　　　　　＝ 0.9063

[練習４] 三角比の表を用いて次の三角比の値を求めなさい。

　(1)　0.8572

　(2)　0.9455

　(3)　5.6713

3

*xxb*

5

*x*

27°

[例　５] 三角比の表を用いて図の*x*の値を求めなさい。

　　　　小数第２位を四捨五入すること。

　　　　　tan27°＝0.5095

*x*

　　　　　図で、tan27°＝　　　　より*x*＝5×tan27°

5

　　　　　よって、*x*＝5×0.5095＝2.5475≒2.5

3

*xxb*

10

*x*

42°

[練習５] ] 三角比の表を用いて図の*x*の値を求めなさい。

　　　　　小数点以下を四捨五入すること。

　　　　　tan42°＝0.9004

*x*

　　　　　図で、tan42°＝　　　　より*x*＝10×tan42°

10

　　　　　よって、*x*＝10×0.9004＝9.004≒9

**数学Ⅰ＜後＞ 第４回レポート用スクーリング教材**

－ 三角比の相互関係 －　［教科書：ｐ114～ｐ116］

三角比の性質(1)

　　

　　　

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

よって、



90ﾟ－θ



　三角比の性質(2)

　　　　　　　

**(注1)　 を  と書く。他も同様**

**重要**

　　　　

よって、

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

また、　となる。

[例　１] sinθ、cosθ、tanθのうち、2つの値が次のように与えられたとき、残りの値を求めなさい。

　(1)　 sinθ＝ 、cosθ＝

　(2)　 sinθ 、tanθ＝

[練習１] sinθ、cosθ、tanθのうち、2つの値が次のように与えられたとき、残りの値を求めなさい。

　(1)　 sinθ＝ 、cosθ＝

　(2)　 cosθ＝ 、tanθ＝

[例　２] cosθ＝ のとき、sinθ、tanθの値を求めなさい。ただし、θは鋭角とします。

　　解　cosθ＝ を  に代入すると、

 ＋　　　　　＝1

＝1－　　　＝

 であるから、　　＝

　　　　また、＝÷　より

＝

[練習２] sinθ、cosθ、tanθのうち、１つが次のように与えられたとき、他の２つの値を求めなさい。

ただし、θは鋭角とします。

(1)　

(2)　

**参　　考**［教科書：ｐ117～ｐ121］

**－ どんな三角形にも成り立つ覚えておいてもよい公式 －**

三角形の面積



正弦定理

　（ は△ABCの外接円の半径 ）

余弦定理（１）







余弦定理（２）







**数学Ⅰ＜後＞ 第４回レポート用スクーリング教材**解答例

－ 三角比の相互関係 －　［教科書：ｐ114～ｐ116］

三角比の性質(1)

　　

　　　

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

よって、



90ﾟ－θ



　三角比の性質(2)

　　　　　　　

**(注1)　 を  と書く。他も同様**

**重要**

　　　　

よって、

3

*xxb*

５

ａ

ｂ

ｃ

θ

また、　となる。

[例　１] sinθ、cosθ、tanθのうち、2つの値が次のように与えられたとき、残りの値を求めなさい。

　(1)　 sinθ＝ 、cosθ＝

÷

　(2)　 sinθ 、tanθ＝

　より

÷

[練習１] sinθ、cosθ、tanθのうち、2つの値が次のように与えられたとき、残りの値を求めなさい。

　(1)　 sinθ＝ 、cosθ＝

÷

　(2)　 cosθ＝ 、tanθ＝

　より



[例　２] cosθ＝ のとき、sinθ、tanθの値を求めなさい。ただし、θは鋭角とします。

　　解　cosθ＝ を  に代入すると、

 ＋　 ＝1

＝1－　　＝ 1－

 であるから、　　＝

　　　　また、＝÷　より

＝÷

[練習２] sinθ、cosθ、tanθのうち、１つが次のように与えられたとき、他の２つの値を求めなさい。

ただし、θは鋭角とします。

(1)　

　より　

　であるから、　　

　　　また、　÷

(2)　

　より　

　であるから、　　

　　　また、　÷

**参　　考**　［教科書：ｐ117～ｐ121］

**－ どんな三角形にも成り立つ覚えておいてもよい公式 －**

三角形の面積



正弦定理

　（ は△ABCの外接円の半径 ）

余弦定理（１）







余弦定理（２）







**数学Ⅰ＜後＞ 第５回レポート用スクーリング教材**

－ データの分析 －　［教科書：ｐ136～ｐ141］

データの代表値

データの値の

　　（１）　平均値＝

データの値の

　　（２）　中央値（メジアン）…　データのすべての値を小さい方から順に並べとき、

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　の順位にあるデータの値。

　　（３）　最頻値（モード）　…　データのなかでもっとも多く出てくる値。

データの散らばり（１）

　　（1）　四分位数

　　　　・第1四分位数…最小値から中央値の1つ前までの

・第2四分位数…

・第3四分位数…中央値の1つ後の値から最大値までの

　　（2）　四分位範囲、四分位偏差

　四分位数

　四分位数

　第

　第

　　　　・四分位範囲…　　　　　　　　　　－

　四分位

　　　　・四分位偏差…

　2

データの散らばり（２）

　　（１）偏差…データの各値－

　2

　の和

　　（2）分散　＝

（全体のデータの個数）

　　（3）標準偏差　=

例1　次のデータの平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

30　27　25　18　13　10　7　6

平均値

中央値

練習1　次のデータの平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

1. 2　4　6　8　10

平均値

中央値

1. 21　13　18　7　4　19　9　9　15　20

平均値



中央値

1. 次のデータの第1四分位数、第2四分位数、第3四分位数をそれぞれ求めなさい。さらに、

四分位範囲と四分位偏差を求めなさい。

　16　5　24　10　14　3　15　　8　19　12

第1四分位数

第2四分位数

第3四分位数

四分位範囲

四分位偏差

練習2　次のデータの第1四分位数、第2四分位数、第3四分位数をそれぞれ求めなさい。さらに、

四分位範囲と四分位偏差を求めなさい。

（１）1　2　3　5　6　8　11　13　14　15　18

第1四分位数



第2四分位数



第3四分位数



四分位範囲



四分位偏差



（２）23　42　28　33　31　24　45　28

第1四分位数

第2四分位数

第3四分位数

四分位範囲

四分位偏差

例3　5個のデータ　3　7　11　14　15　について次の各問に答えなさい。

（1）このデータの平均値　　を求めなさい。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 3 |  |
| 7 |  |
| 11 |  |
| 14 |  |
| 15 |  |
| 計 |  |

（2）分散　　を求めなさい。

（3）標準偏差　　を求めなさい。ただし、とし、小数点第3位を四捨五入して答えなさい。

練習3　6個のデータ　3.6　3.9　4.3　5.5　6.1　6.6について次の各問に答えなさい。

（1）このデータの平均値　　を求めなさい。

（2）（1）で求めたを用いて、右の表を完成しなさい。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 3.6 |  |
| 3.9 |  |
| 4.3 |  |
| 5.5 |  |
| 6.1 |  |
| 6.6 |  |
| 計 |  |

（3）右上の表を利用して、分散　　を求めなさい。

（4）標準偏差　　を求めなさい。ただし、とし、小数第3位を四捨五入して答えなさい。

＜参考＞　偏差値

　点数－点数の平均値

　　点数の偏差値＝50+10×

　点数の標準偏差

**数学Ⅰ＜後＞ 第５回スクーリング教材　解答例**

－ データの分析 －　［教科書：ｐ136～ｐ141］

データの代表値

総 和

データの値の

　　（１）　平均値＝

データの値の

個 数

　　（２）　中央値（メジアン）…　データのすべての値を小さい方から順に並べとき、

中 央

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　の順位にあるデータの値。

　　（３）　最頻値（モード）

データの散らばり（１）

　　（1）　四分位数

　　　　・第1四分位数…最小値から中央値の1つ前までの

中央値

・第2四分位数…

中央値

・第3四分位数…中央値の1つ後の値から最大値までの

　中央値

　　（2）　四分位範囲、四分位偏差

　四分位数

1

　四分位数

3

　第

　第

　　　　・四分位範囲…　　　　　　　　　　－

　四分位

範囲

　　　　・四分位偏差…

　2

データの散らばり（２）

平均値

　　（１）偏差…データの各値－

　2

　の和

偏　差

　　（2）分散　＝

（全体のデータの個数）

　　（3）標準偏差　=

分　散

例1　次のデータの平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

30　27　25　18　13　10　7　6

　17

平均値

解）　　平均値は



　15.5

中央値

次にデータのすべての値を小さい方から順に並べると

6　7　10　13　18　25　27　30

であるから中央値は　

練習1　次のデータの平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

1. 2　4　6　8　10

　 6

平均値

解）　　平均値は　

　 6

中央値

次にデータの値は5個で、小さい順に並んでいる。

中央値は3番目のデータの値であるから　6

1. 21　13　18　7　4　19　9　9　15　20

解）　　平均値は

　13.5

平均値



　14

中央値

次にデータのすべての値を小さい方から順に並べると

4　7　9　9　13　15　18　19　20　21

であるから中央値は　

1. 次のデータの第1四分位数、第2四分位数、第3四分位数をそれぞれ求めなさい。さらに、

四分位範囲と四分位偏差を求めなさい。

　16　5　24　10　14　3　15　　8　19　12

解）データのすべての値を小さい方から順に並べると

第1四分位数

　8

3　5　8　10　12　14　15　16　19　24

13

第2四分位数はデータの中央値であるから

第3四分位数

16

第2四分位数

第1四分位数は前半５つのデータの中央値であるから　8

第3四分位数は後半５つのデータの中央値であるから　16

四分位範囲

　8

四分位範囲＝第3四分位数－第1四分位数＝ 16－8 = 8

四分位偏差

四分位偏差=四分位範囲÷2 = 8÷2 = 4

　4

練習2　次のデータの第1四分位数、第2四分位数、第3四分位数をそれぞれ求めなさい。さらに、

四分位範囲と四分位偏差を求めなさい。

（１）1　2　3　5　6　8　11　13　14　15　18

第1四分位数

　3

　8

解） 第2四分位数はデータの中央値であるから 8

第2四分位数

第1四分位数は前半５つのデータの中央値であるから　3

　14

第3四分位数

第3四分位数は後半５つのデータの中央値であるから　14

四分位範囲

　11

四分位範囲= 14－3 = 11

四分位偏差=四分位範囲÷2 = 11÷2 = 5.5

四分位偏差

　5.5

（２）23　42　28　33　31　24　45　28

解）データのすべての値を小さい方から順に並べると

23　24　28　28　31　33　42　45

第1四分位数

26

第2四分位数はデータの中央値であるから

第2四分位数

29.5

第1四分位数は前半4つのデータの中央値より

第3四分位数

37.5

第3四分位数は後半4つのデータの中央値より

四分位偏差

四分位範囲

11.5

5.75

四分位範囲= 37.5－26 = 11.5

四分位偏差=四分位範囲÷2 = 11.5÷2 = 5.75

例3　5個のデータ　3　7　11　14　15　について次の各問に答えなさい。

（1）このデータの平均値　を求めなさい。

解）=

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 3 | －7 |
| 7 | －3 |
| 11 | 1 |
| 14 | 4 |
| 15 | 5 |
| 計 | 0 |

（2）分散　　を求めなさい。

解）各値の偏差は右の表のとおりであるから

＝

（3）標準偏差　　を求めなさい。ただし、とし、小数点第3位を四捨五入して答えなさい。

解）　＝

練習3　6個のデータ　3.6　3.9　4.3　5.5　6.1　6.6について次の各問に答えなさい。

（1）このデータの平均値　を求めなさい。

解）=

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 3.6 | －1.4 |
| 3.9 | －1.1 |
| 4.3 | －0.7 |
| 5.5 | 0.5 |
| 6.1 | 1.1 |
| 6.6 | 1.6 |
| 計 | 0 |

（2）（１）で求めたを用いて、右の表を完成しなさい。

　解）各値の偏差を求めると、右の表のようになる。

（3）右の表を利用して、分散　　を求めなさい。

解）＝

（4）標準偏差　　を求めなさい。ただし、とし、小数第3位を四捨五入して答えなさい。

解） ＝

＜参考＞　偏差値

　点数－点数の平均値

　　点数の偏差値＝50+10×

　点数の標準偏差

**数学Ⅰ＜後＞ 第６回レポート用スクーリング教材**

－ 集合と論証 －　［教科書：ｐ150～ｐ158］

**１．集合とは**

　　何が含まれるかがはっきり定まるような、ものの集まりを集合という。

[例１]次の集まりの中で、集合であるものを答えなさい。

（１）大きい数の集まり　　　　　　　 　　　（２）10以下の正の整数の集まり

[練習１] 次の集まりの中で、集合であるものを答えなさい。

（１）1000以上2000以下の整数の集まり　　（２）5に近い数の集まり

**集合の表し方、使われる用語や記号**

　　例　１，２，３の3つの数の集合をＡ＝｛１，２，３｝で表す。

**要素**・・・・・集合を作っている個々のもの。この例では　１∊Ａなどと表す。

**部分集合**・・・Ｂ＝｛２，３｝のとき、Ｂの要素はすべてＡの要素である。このとき、

ＢはＡの部分集合であるといい、Ｂ⊂Ａで表す。

**全体集合**・・・考える対象のもの全体の集合。全体集合が指定されたときには、全体集

合の要素だけを考える。

**補集合**・・・・全体集合Ｕの部分集合Ａに対して、Ｕの要素であってＡの要素でないも

　　　　　　　　　のの集合をＡの補集合といい、Ａで表す。

[例２]Ａ＝｛１，３，５，７，９｝とします。次の集合のうち、Ａの部分集合をすべて答えなさい。

　　Ｂ＝｛３，５，７｝　Ｃ＝｛１，２，３｝　Ｄ＝｛３，４，５，６｝　Ｅ＝｛７｝

[例３]５以下の正の整数の集合を全体集合Ｕとします。

（１）Ｕの部分集合で、要素が４個である集合をすべて答えなさい。

（２）Ａ＝｛２，４｝とするとき、Ａの補集合を答えなさい。

Ｕ

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　5　　　　　　　　１

Ａ

（３）Ｂ＝｛２，３｝のとき、Ｂを求めなさい。　　　　　　　　　　　４　　２

　　　　　　　　　　　　　　　　３

[練習３]６の正の約数の集合を全体集合Ｕとします。

Ｂ

Ｕ

（１）Ｕを、要素を書き並べて表しなさい。

Ａ

（２）要素が３個であるような、Ｕの部分集合をすべて答えなさい。

（３）Ａ＝｛２，３｝とするとき、Ａの補集合を答えなさい。

（４）Ｂ＝｛１，３｝のとき、Ｂを求めなさい。

**共通部分と和集合**

　　　Ａ＝｛２，４，６，８｝、Ｂ＝｛１，２，３，６｝とします。

**共通部分**・・・集合ＡとＢのどちらにも含まれる要素の集合をＡとＢの共通部分と

　　　　　　　　　　いい、Ａ∩Ｂで表す。上の例ではＡ∩Ｂ＝｛２，６｝である。

**和集合**・・・・集合ＡとＢの要素をすべて集めた集合をＡとＢの和集合といい、

　　　　　　　　　　Ａ∪Ｂで表す。上の例ではＡ∪Ｂ＝｛１，２，３，４，６，８｝

　　　　　　　　　　である。

[例４]２つの集合Ａ，ＢをＡ＝｛ａ，ｃ，ｅ，ｇ｝、Ｂ＝｛ｂ，ｃ，ｄ，ｅ，ｆ｝とします。

　　　Ａ∩Ｂ、Ａ∪Ｂを求めなさい。

Ｂ

Ａ

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　ａ 　 ｃ ｂ

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　ｇ　　ｅ　　ｄ

　　　　　　　　　　　　　　　　　ｆ

[練習４]次の２つの集合Ａ、Ｂについて、Ａ∩Ｂ、Ａ∪Ｂを求めなさい。

1. Ａ＝｛１，４，７，１０｝、Ｂ＝｛４，５，６，７｝

（２）Ａは２０以下の３の倍数全体の集合、Ｂは１８の正の約数全体の集合

要素が１つも無い集合を空集合といい、φで表します。

（３）Ａ＝｛１，３，５｝、Ｂ＝｛２，４｝

**２．命題とその真偽**

**命題**・・・・・正しいか正しくないかが決まる文や式のこと。

　　　　　　　　　　その命題が正しいとき、その命題は真である、または、真の命題である

　　　　　　　　　　という。正しくないとき、その命題は偽である、または、偽の命題であ

るという。

[例５]次の命題の真偽を調べなさい。

（１）３２＝９　　　　　　　　　　　　　　（２）－３は－５より小さい。

（３）本校では７４単位以上修得すれば卒業できる。

（４）６の倍数は偶数である。

[練習５] 次の命題の真偽を調べなさい。

（１）（－４）２＝１６　　　　　　　　　　　（２）正三角形の内角はすべて６０°である。

（３）９の倍数は奇数である。　　　　　　　（４）（ａ＋ｂ）２＝ａ２＋ｂ２

**条件**

**条件**・・・変数を含む文や式で、その変数に値を代入したときに、初めて真偽が決まる

　　　　　　　　もの。条件をｐやｑで表すことが多い。

***注　以下、ｎはすべて自然数（正の整数）とする。***

[例６]次の条件が真の場合、偽の場合の例を挙げなさい。

（１）条件ｐ：ｘ＞４　　　　　　真の場合の例　ｘ＝５やｘ＝６　偽の場合の例　ｘ＝４やｘ＝３

（２）条件ｑ：ｎは偶数である。　真の場合の例　ｎ＝２やｎ＝４　偽の場合の例　ｎ＝１やｎ＝３

　ｐ、ｑを２つの条件とする。「ｐならばｑである」の形の命題を「ｐ⇒ｑ」で表す。

　命題「ｐ⇒ｑ」が偽であることを示すには、「ｐが成り立つがｑは成り立たない例」を**反例**として示す。

[練習６]次の命題の真偽を答えなさい。偽の場合は反例を挙げなさい。

（１）ｘ＞３⇒ｘ＞５

（２）ｘ＝３⇒ｘ２＝９

（３）ｘ２＝９⇒ｘ＝３

**条件の否定**

　　　条件ｐに対して、「ｐでない」という条件をｐの**否定**という。ｐで表す。

[例７]次の条件の否定を答えなさい。

（１）ｐ：ｎは奇数である。

（２）ｑ：ｘ≧２

[練習７] 次の条件の否定を答えなさい。

（１）ｐ：ｎは５の倍数である。

（２）ｑ：ｘ＜２

**命題の逆と対偶「**

　　　命題「ｐ⇒ｑ」に対し、

**逆**・・・・命題「ｑ⇒ｐ」を「ｐ⇒ｑ」の逆という。

**対偶**・・・命題「ｑ⇒ｐ」を「ｐ⇒ｑ」の対偶という。対偶の真偽は、元の命題の真偽

　　　　　　　　と一致する。

[例８] 次の命題の真偽を答えなさい。また、逆および対偶をつくり、その真偽を答えなさい。

（１）ｎは６の倍数⇒ｎは３の倍数

（２）ｎ２は奇数⇒ｎは奇数

[練習８] 次の命題の真偽を答えなさい。また、逆および対偶をつくり、その真偽を答えなさい。

（１）ｎは２４の約数⇒ｎは６の約数

（２）２ｎは１０の倍数⇒ｎは５の倍数

**数学Ⅰ＜後＞ 第６回レポート用スクーリング教材　解答例**

－ 集合と論証 －　［教科書：ｐ150～ｐ158］

**１．集合とは**

　　何が含まれるかがはっきり定まるような、ものの集まりを集合という。

[例１]次の集まりの中で、集合であるものを答えなさい。

（１）大きい数の集まり　　　　　　　 　　　（２）10以下の正の整数の集まり

[練習１] 次の集まりの中で、集合であるものを答えなさい。

（１）1000以上2000以下の整数の集まり　　（２）5に近い数の集まり

**集合の表し方、使われる用語や記号**

　　例　１，２，３の3つの数の集合をＡ＝｛１，２，３｝で表す。

**要素**・・・・・集合を作っている個々のもの。この例では　１∊Ａなどと表す。

**部分集合**・・・Ｂ＝｛２，３｝のとき、Ｂの要素はすべてＡの要素である。このとき、

ＢはＡの部分集合であるといい、Ｂ⊂Ａで表す。

**全体集合**・・・考える対象のもの全体の集合。全体集合が指定されたときには、全体集

合の要素だけを考える。

**補集合**・・・・全体集合Ｕの部分集合Ａに対して、Ｕの要素であってＡの要素でないも

　　　　　　　　　のの集合をＡの補集合といい、Ａで表す。

[例２]Ａ＝｛１，３，５，７，９｝とします。次の集合のうち、Ａの部分集合をすべて答えなさい。

　　Ｂ＝｛３，５，７｝　Ｃ＝｛１，２，３｝　Ｄ＝｛３，４，５，６｝　Ｅ＝｛７｝

　　　答　ＢとＥ

[例３]５以下の正の整数の集合を全体集合Ｕとします。

（１）Ｕの部分集合で、要素が４個である集合をすべて答えなさい。

　　　答　｛１，２，３，４｝、｛１，２，３，５｝、｛１，２，４，５｝、｛１，３，４，５｝、

　　　　　｛２，３，４，５｝

（２）Ａ＝｛２，４｝とするとき、Ａの補集合を答えなさい。

Ｕ

　　　答　Ａ＝｛１，３，５｝

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　5　　　　　　　　１

Ａ

（３）Ｂ＝｛２，３｝のとき、Ｂを求めなさい。　　　　　　　　　　　４　　２

　　　答　Ｂ＝{１，４，５}　(Ｂの補集合はＢである。)　　　　　　　　　　　　　３

[練習３]６の正の約数の集合を全体集合Ｕとします。

Ｂ

Ｕ

（１）Ｕを、要素を書き並べて表しなさい。　　　　　　　　　　　　6

Ａ

　　　答　Ｕ＝｛１，２，３，６｝　　　　　　　　　　　　　　　　　　　2　　3　　1

（２）要素が３個であるような、Ｕの部分集合をすべて答えなさい。

　　　答　｛１，２，３｝、｛１，２，６｝、｛１，３，６｝、｛２，３，６｝

（３）Ａ＝｛２，３｝とするとき、Ａの補集合を答えなさい。

　　　答　Ａ＝｛１，６｝

（４）Ｂ＝｛１，３｝のとき、Ｂを求めなさい。

　　　答　Ｂ＝{２，６}

**共通部分と和集合**

　　　Ａ＝｛２，４，６，８｝、Ｂ＝｛１，２，３，６｝とします。

**共通部分**・・・集合ＡとＢのどちらにも含まれる要素の集合をＡとＢの共通部分と

　　　　　　　　　　いい、Ａ∩Ｂで表す。上の例ではＡ∩Ｂ＝｛２，６｝である。

**和集合**・・・・集合ＡとＢの要素をすべて集めた集合をＡとＢの和集合といい、

　　　　　　　　　　Ａ∪Ｂで表す。上の例ではＡ∪Ｂ＝｛１，２，３，４，６，８｝

　　　　　　　　　　である。

[例４]２つの集合Ａ，ＢをＡ＝｛ａ，ｃ，ｅ，ｇ｝、Ｂ＝｛ｂ，ｃ，ｄ，ｅ，ｆ｝とします。

　　　Ａ∩Ｂ、Ａ∪Ｂを求めなさい。

Ｂ

Ａ

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　ａ 　 ｃ ｂ

　　　答　Ａ∩Ｂ＝｛ｃ，ｅ｝　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　ｇ　　ｅ　　ｄ

Ａ∪Ｂ＝｛ａ，ｂ，ｃ，ｄ，ｅ，ｆ，ｇ｝　　　　　　　　　　　　　　　　　ｆ

[練習４]次の２つの集合Ａ、Ｂについて、Ａ∩Ｂ、Ａ∪Ｂを求めなさい。

1. Ａ＝｛１，４，７，１０｝、Ｂ＝｛４，５，６，７｝

答　Ａ∩Ｂ＝｛４，７｝、Ａ∪Ｂ＝｛１，４，５，６，７，１０｝

（２）Ａは２０以下の３の倍数全体の集合、Ｂは１８の正の約数全体の集合

　　　Ａ＝｛３，６，９，１２，１５，１８｝、Ｂ＝｛１，２，３，６，９，１８｝だから、

　　　答　Ａ∩Ｂ＝｛３，６，９，１８｝、Ａ∪Ｂ＝｛１，２，３，６，９，１２，１５，１８｝

要素が１つも無い集合を空集合といい、φで表します。

（３）Ａ＝｛１，３，５｝、Ｂ＝｛２，４｝

　　　答　Ａ∩Ｂ＝φ、Ａ∪Ｂ＝｛１，２，３，４，５｝

**２．命題とその真偽**

**命題**・・・・・正しいか正しくないかが決まる文や式のこと。

　　　　　　　　　　その命題が正しいとき、その命題は真である、または、真の命題である

　　　　　　　　　　という。正しくないとき、その命題は偽である、または、偽の命題であ

るという。

[例５]次の命題の真偽を調べなさい。

（１）３２＝９　　　　　　　　　　　　　　（２）－３は－５より小さい。

　　　答　真　　　　　　　　　　　　　　　　　　答　偽

（３）本校では７４単位以上修得すれば卒業できる。

　　　答　偽

（４）６の倍数は偶数である。

　　　答　真

[練習５] 次の命題の真偽を調べなさい。

（１）（－４）２＝１６　　　　　　　　　　　（２）正三角形の内角はすべて６０°である。

　　　答　真　　　　　　　　　　　　　　　　　　答　真

（３）９の倍数は奇数である。　　　　　　　（４）（ａ＋ｂ）２＝ａ２＋ｂ２

　　　答　偽　　　　　　　　　　　　　　　　　　答　偽

**条件**

**条件**・・・変数を含む文や式で、その変数に値を代入したときに、初めて真偽が決まる

　　　　　　　　もの。条件をｐやｑで表すことが多い。

***注　以下、ｎはすべて自然数（正の整数）とする。***

[例６]次の条件が真の場合、偽の場合の例を挙げなさい。

（１）条件ｐ：ｘ＞４　　　　　　真の場合の例　ｘ＝５やｘ＝６　偽の場合の例　ｘ＝４やｘ＝３

（２）条件ｑ：ｎは偶数である。　真の場合の例　ｎ＝２やｎ＝４　偽の場合の例　ｎ＝１やｎ＝３

　ｐ、ｑを２つの条件とする。「ｐならばｑである」の形の命題を「ｐ⇒ｑ」で表す。

　命題「ｐ⇒ｑ」が偽であることを示すには、「ｐが成り立つがｑは成り立たない例」を**反例**として示す。

[練習６]次の命題の真偽を答えなさい。偽の場合は反例を挙げなさい。

（１）ｘ＞３⇒ｘ＞５

　　　答　偽　反例はｘ＝４

（２）ｘ＝３⇒ｘ２＝９

　　　答　真

（３）ｘ２＝９⇒ｘ＝３

　　　答　偽　反例はｘ＝－３

**条件の否定**

　　　条件ｐに対して、「ｐでない」という条件をｐの**否定**という。ｐで表す。

２つの数ｘ，２の大小関係は、

　ｘ＞２、ｘ＝２、ｘ＜２

の３通りです。ｘ≧２は

　ｘ＞２またはｘ＝２

なので、この否定はｘ＜２となります。

[例７]次の条件の否定を答えなさい。

（１）ｐ：ｎは奇数である。

　　　答　（ｎは奇数でない。）ｎは偶数である。

（２）ｑ：ｘ≧２

　　　答　ｘ＜２

[練習７] 次の条件の否定を答えなさい。

（１）ｐ：ｎは５の倍数である。

　　　答　ｎは５の倍数でない。（ｎは５で割り切れない。）

（２）ｑ：ｘ＜２

　　　答　ｘ≧２

**命題の逆と対偶「**

　　　命題「ｐ⇒ｑ」に対し、

**逆**・・・・命題「ｑ⇒ｐ」を「ｐ⇒ｑ」の逆という。

**対偶**・・・命題「ｑ⇒ｐ」を「ｐ⇒ｑ」の対偶という。対偶の真偽は、元の命題の真偽

　　　　　　　　と一致する。

[例８] 次の命題の真偽を答えなさい。また、逆および対偶をつくり、その真偽を答えなさい。

（１）ｎは６の倍数⇒ｎは３の倍数

　　　答　真

　　　　　逆は「ｎは３の倍数⇒ｎは６の倍数」で、偽（反例はｎ＝３）

　　　　　対偶は「ｎは３の倍数でない⇒ｎは６の倍数でない」で、真

（２）ｎ２は奇数⇒ｎは奇数

　　　答　真

　　　　　逆は「ｎは奇数⇒ｎ２は奇数」で、真

　　　　　対偶は「ｎは偶数⇒ｎ２は偶数」で、真

[練習８] 次の命題の真偽を答えなさい。また、逆および対偶をつくり、その真偽を答えなさい。

（１）ｎは２４の約数⇒ｎは６の約数

　　　答　偽（反例はｎ＝１２）

　　　　　逆は「ｎは６の約数⇒ｎは２４の約数」で、真

　　　　　対偶は「ｎは６の約数でない⇒ｎは２４の約数でない」で、偽（反例はｎ＝１２）

（２）２ｎは１０の倍数⇒ｎは５の倍数

　　　答　真

　　　　　逆は「ｎは５の倍数⇒２ｎは１０の倍数」で、真

　　　　　対偶は「ｎは５の倍数でない⇒２ｎは１０の倍数でない」で、真