

数学Ⅰ＜後＞ 第1回レポート用スクーリング教材

－ 2 次関数のグラフ (2) － [教科書：p 86～p 87]

2 次関数は、一般に

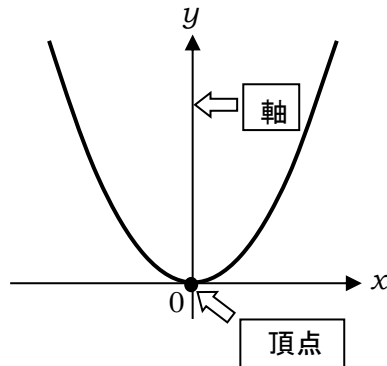
$$y = ax^2 + bx + c$$

の形で表される。ただし、 a 、 b 、 c は定数で、 $a \neq 0$ である。

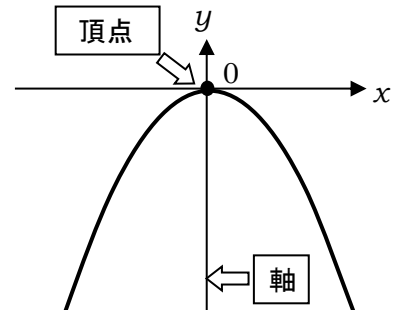
$y = ax^2$ のグラフ

- (1) この形の曲線を **放物線** という。
- (2) グラフは、**原点** を通り、 **y 軸** について対称な曲線である。
- (3) 対称軸となる直線を **軸** という。
- (4) 軸と放物線の交点を **頂点** という。
- (5)

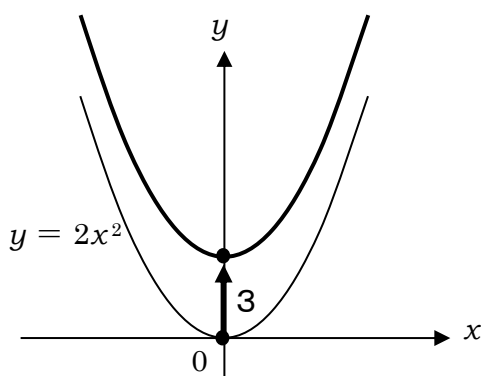
① $a > 0$ のとき **下に凸**



② $a < 0$ のとき **上に凸**



● $y = 2x^2 + 3$ のグラフ



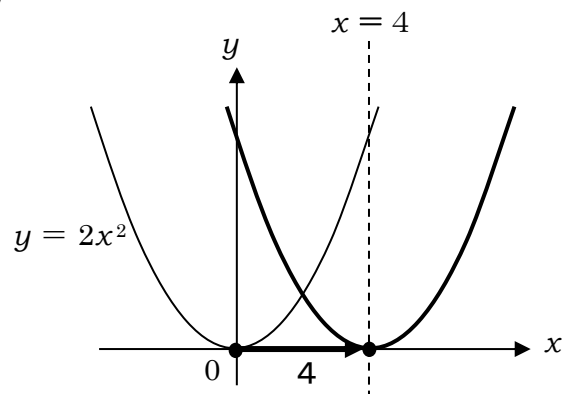
$y = 2x^2$ のグラフを

x 軸方向に 0 } 平行移動
 y 軸方向に 3 }

頂点の座標 (0 、 3)

軸の方程式: $x = 0$

● $y = 2(x - 4)^2$ のグラフ



$y = 2x^2$ のグラフを

x 軸方向に 4 } 平行移動
 y 軸方向に 0 }

頂点の座標 (4 、 0)

軸の方程式: $x = 4$

■ $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ

[例 1] $y = (x-2)^2 + 3$ のグラフ

考え方

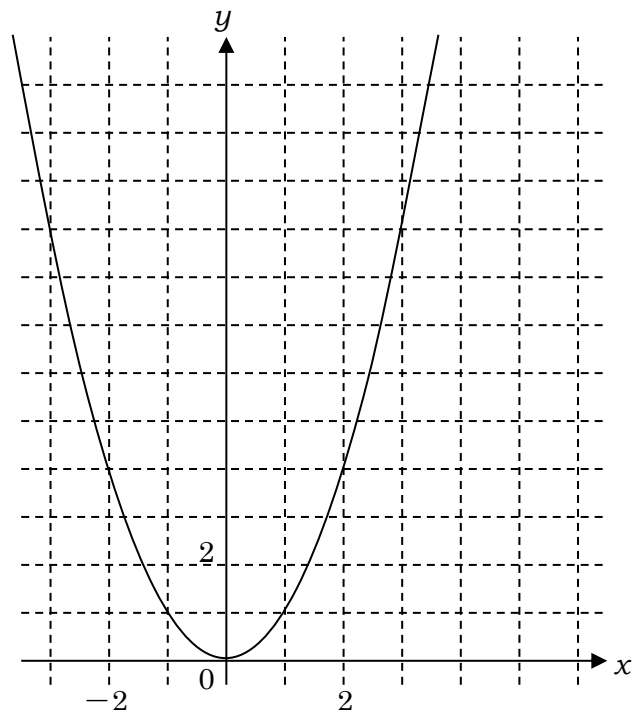
$y = x^2$

↓ x 軸方向に_____平行移動
 ... x を $(x-2)$ に書き変えた

$y = (x-2)^2$

↓ y 軸方向に_____平行移動
 ... 右辺に $+3$ した

$y = (x-2)^2 + 3$



よって、 $y = (x-2)^2 + 3$ のグラフは、
 $y = x^2$ のグラフを、

x 軸方向に_____

y 軸方向に_____

平行移動したものであり、

頂点の座標 (____, ____)

軸の方程式 _____

である。

$x=3$ のとき

$$y = (\square - 2)^2 + 3$$

$$=$$

$x=4$ のとき

$$y = (\square - 2)^2 + 3$$

$$=$$

$y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ

$$y = \frac{a}{(x-p)^2 + q}$$

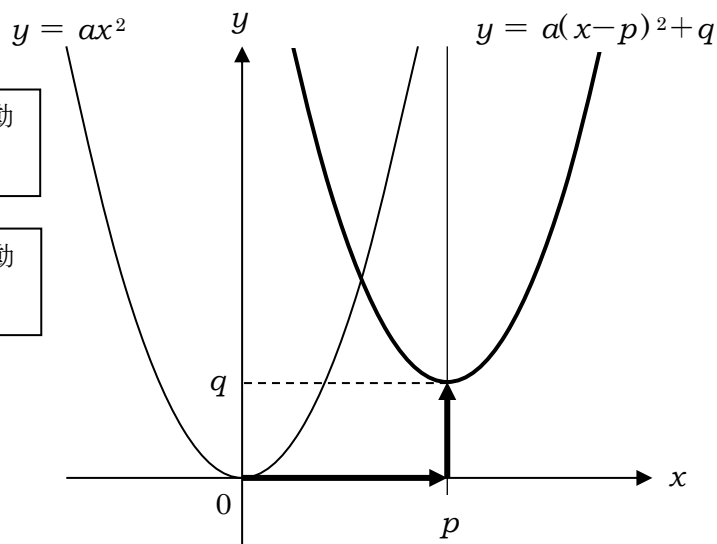
形を決める
 (上に凸、下
 に凸、広が
 り具合等)

y 軸方向へ q 移動
 (上下に)

x 軸方向へ p 移動
 (左右に)

頂点の座標は (p , q)

軸の方程式は $x=p$



[練習 1] 次の関数のグラフは、() 内の関数の表すグラフをどのように平行移動したものか。また、頂点の座標、軸の方程式、放物線が上に凸であるか、下に凸であるかを の中に答えなさい。

(1) $y = (x-4)^2+5$ ($y = x^2$)

x 軸方向に

y 軸方向に

頂点の座標

軸の方程式

に凸

(2) $y = 2(x+2)^2+3$ ($y = 2x^2$)

x 軸方向に

y 軸方向に

頂点の座標

軸の方程式

に凸

(3) $y = -(x-3)^2-1$ ($y = -x^2$)

x 軸方向に

y 軸方向に

頂点の座標

軸の方程式

に凸

(4) $y = -3(x+1)^2-4$ ($y = -3x^2$)

x 軸方向に

y 軸方向に

頂点の座標

軸の方程式

に凸

[練習 2] 次の関数のグラフを、()内に示したように平行移動したとき、そのグラフを表す関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形で示しなさい。

(1) $y = x^2$ (x 軸方向に 3 , y 軸方向に -2)

(2) $y = 2x^2$ (x 軸方向に -3 , y 軸方向に 6)

[練習 3] 次の関数の頂点および軸を求め、グラフをかきなさい。

(1) $y = (x-3)^2 - 2$

頂点の座標

軸の方程式：

x	0	1	2	3	4	5	6
$x-3$					1	2	
$(x-3)^2$					1	4	
$(x-3)^2-2$					-1	2	

$x = 4$ のとき

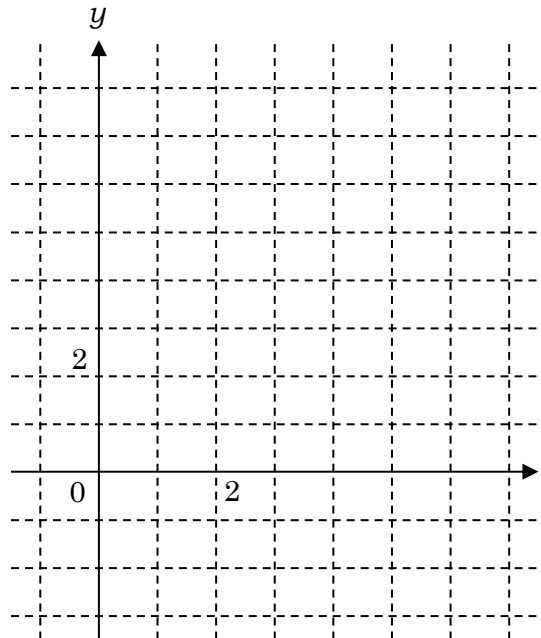
$$y = (\quad - 3)^2 - 2$$

$$=$$

$x = 5$ のとき

$$y = (\quad - 3)^2 - 2$$

$$=$$



(2) $y = -2(x+2)^2 + 1$

頂点の座標

軸の方程式：

x	-4	-3	-2	-1	0
$x+2$				1	2
$(x+2)^2$				1	4
$-2(x+2)^2$				-2	-8
$-2(x+2)^2+1$				-1	-7

$x = -1$ のとき

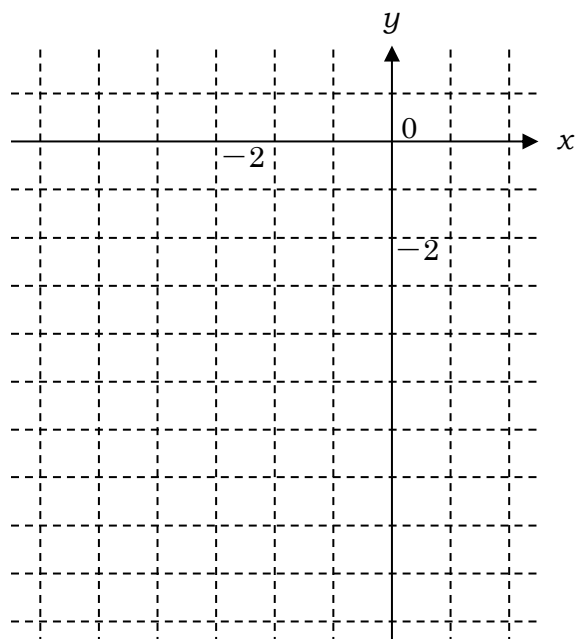
$$y = -2(\quad + 2)^2 + 1$$

$$=$$

$x = 0$ のとき

$$y = -2(\quad + 2)^2 + 1$$

$$=$$



2 次関数は、一般に

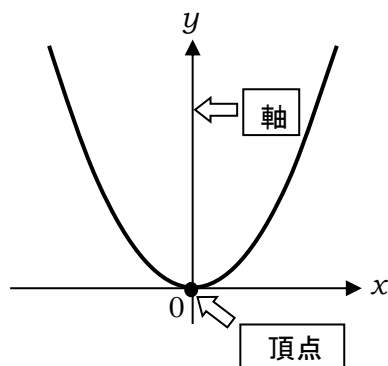
$$y = ax^2 + bx + c$$

の形で表される。ただし、 a 、 b 、 c は定数で、 $a \neq 0$ である。

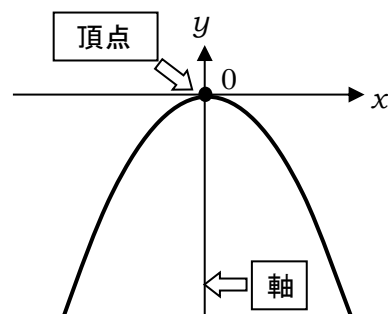
$y = ax^2$ のグラフ

- (1) この形の曲線を **放物線** という。
- (2) グラフは、**原点** を通り、 **y 軸** について対称な曲線である。
- (3) 対称軸となる直線を **軸** という。
- (4) 軸と放物線の交点を **頂点** という。
- (5)

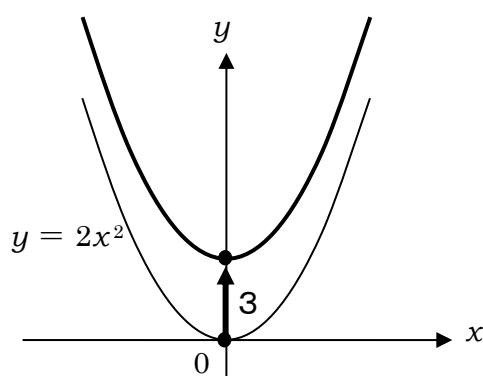
① $a > 0$ のとき **下に凸**



② $a < 0$ のとき **上に凸**



● $y = 2x^2 + 3$ のグラフ



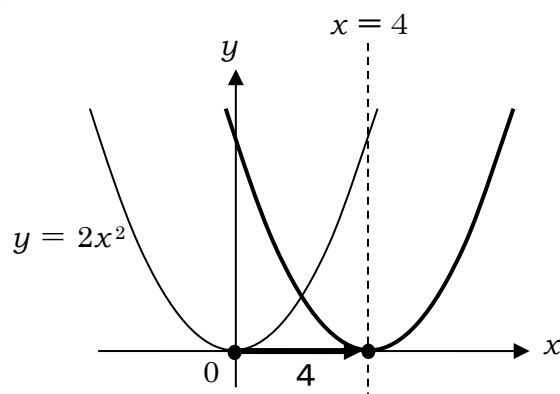
$y = 2x^2$ のグラフを

x 軸方向に 0 } 平行移動
 y 軸方向に 3 }

頂点の座標 (0 、 3)

軸の方程式: $x = 0$

● $y = 2(x - 4)^2$ のグラフ



$y = 2x^2$ のグラフを

x 軸方向に 4 } 平行移動
 y 軸方向に 0 }

頂点の座標 (4 、 0)

軸の方程式: $x = 4$

■ $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ

[例 1] $y = (x-2)^2 + 3$ のグラフ

考え方

$y = x^2 \cdots$ 頂点(0, 0)

↓ x 軸方向に 2 平行移動
 $\cdots x$ を $(x-2)$ に書き変えた

$y = (x-2)^2 \cdots$ 頂点(2, 0)

↓ y 軸方向に 3 平行移動
 $\cdots$ 右辺に +3 した

$y = (x-2)^2 + 3 \cdots$ 頂点(2, 3)

よって、 $y = (x-2)^2 + 3$ のグラフは、
 $y = x^2$ のグラフを、

x 軸方向に 2

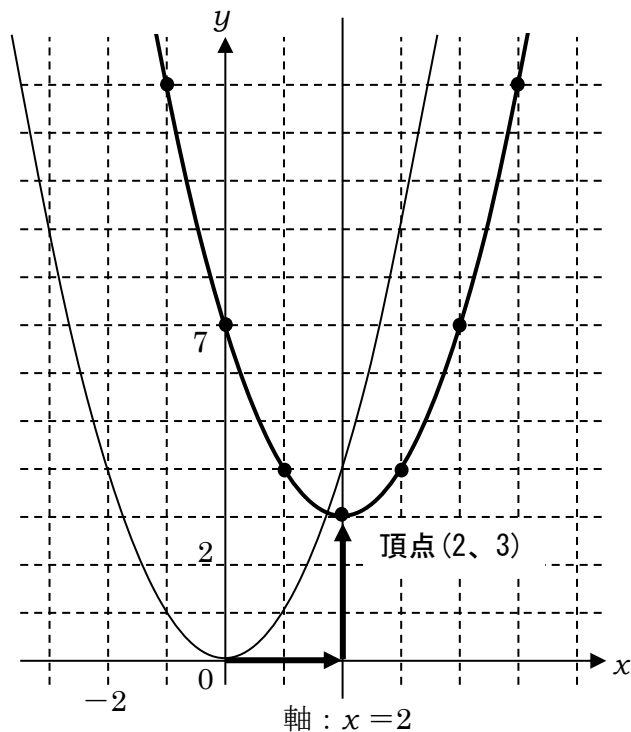
y 軸方向に 3

平行移動したものであり、

頂点の座標 (2、3)

軸の方程式 $x = 2$

である。



$x=3$ のとき

$$\begin{aligned} y &= (3-2)^2 + 3 \\ &= 1^2 + 3 \\ &= 1 + 3 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$x=4$ のとき

$$\begin{aligned} y &= (4-2)^2 + 3 \\ &= 2^2 + 3 \\ &= 4 + 3 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ

$y = \frac{a}{(x-p)^2 + q}$

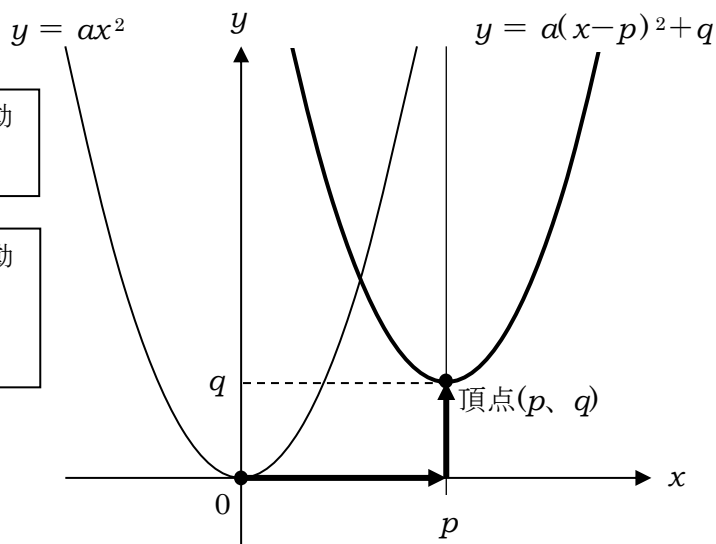
形を決める
 (上に凸、下に凸、広がり具合等)

y 軸方向へ q 移動
 (上下に)

x 軸方向へ p 移動
 (左右に)
 符号が変わる!!

頂点の座標は (p 、 q)

軸の方程式は $x = p$



[練習 1] 次の関数のグラフは、() 内の関数の表すグラフをどのように平行移動したのか。また、頂点の座標、軸の方程式、放物線が上に凸であるか、下に凸であるかを の中に答えなさい。

(1) $y = (x-4)^2+5$ ($y = x^2$)

x 軸方向に

y 軸方向に

頂点の座標

軸の方程式

に凸

(2) $y = 2(x+2)^2+3$ ($y = 2x^2$)

x 軸方向に

y 軸方向に

頂点の座標

軸の方程式

に凸

(3) $y = -(x-3)^2-1$ ($y = -x^2$)

x 軸方向に

y 軸方向に

頂点の座標

軸の方程式

に凸

(4) $y = -3(x+1)^2-4$ ($y = -3x^2$)

x 軸方向に

y 軸方向に

頂点の座標

軸の方程式

に凸

[練習 2] 次の関数のグラフを、()内に示したように平行移動したとき、そのグラフを表す関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形で示しなさい。

(1) $y = x^2$ (x 軸方向に 3 , y 軸方向に -2) $\cdots x$ を $(x-3)$ に書き換え、右辺に-2

$$y = (x-3)^2-2$$

$$y = x^2 \rightarrow y = (x-3)^2 \rightarrow y = (x-3)^2-2$$

(2) $y = 2x^2$ (x 軸方向に -3 , y 軸方向に 6) $\cdots x$ を $(x+3)$ に書き換え、右辺に+6

$$y = 2(x+3)^2+6$$

$$y = 2x^2 \rightarrow y = 2(x+3)^2 \rightarrow y = 2(x+3)^2+6$$

[練習 3] 次の関数の頂点および軸を求め、グラフをかきなさい。

(1) $y = (x-3)^2 - 2$

頂点の座標 (**3** 、 **-2**)

軸の方程式 : **$x = 3$**

x	0	1	2	3	4	5	6
$x-3$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$(x-3)^2$	9	4	1	0	1	4	9
$(x-3)^2-2$	7	2	-1	-2	-1	2	7

$x = 4$ のとき

$$y = (4-3)^2 - 2$$

$$= 1^2 - 2$$

$$= 1 - 2$$

$$= -1$$

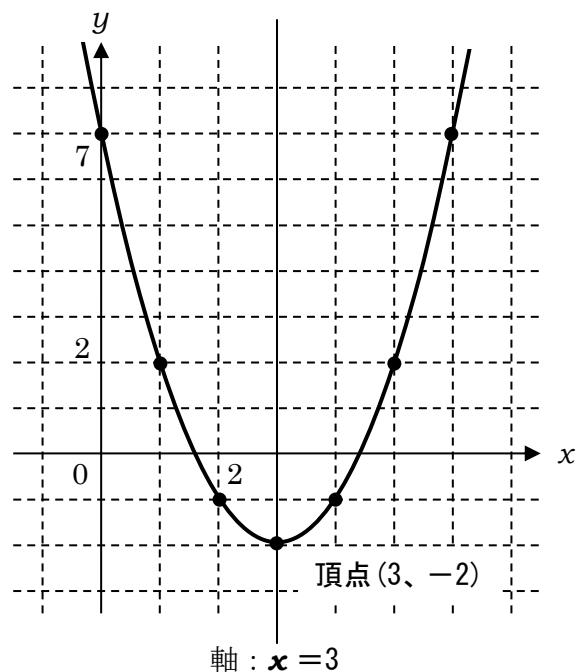
$x = 5$ のとき

$$y = (5-3)^2 - 2$$

$$= 2^2 - 2$$

$$= 4 - 2$$

$$= 2$$



(2) $y = -2(x+2)^2 + 1$

頂点の座標 (**-2** 、 **1**)

軸の方程式 : **$x = -2$**

x	-4	-3	-2	-1	0
$x+2$	-2	-1	0	1	2
$(x+2)^2$	4	1	0	1	4
$-2(x+2)^2$	-8	-2	0	-2	-8
$-2(x+2)^2+1$	-7	-1	1	-1	-7

$x = -1$ のとき

$$y = -2(-1+2)^2 + 1$$

$$= -2 \times 1^2 + 1$$

$$= -2 + 1$$

$$= -1$$

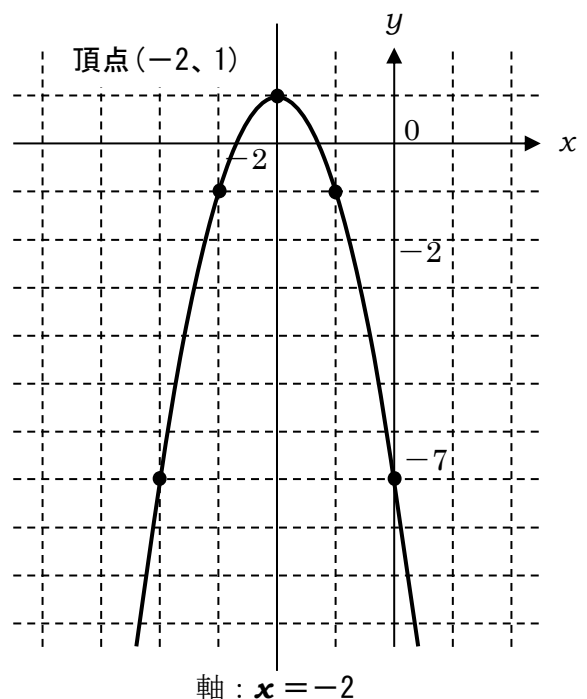
$x = 0$ のとき

$$y = -2(0+2)^2 + 1$$

$$= -2 \times 2^2 + 1$$

$$= -8 + 1$$

$$= -7$$



数学Ⅰ＜後＞ 第2回レポート用スクーリング教材－その1

－ 2次関数のグラフ (3) － [教科書：p 88～p 91]

■ $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ

次の式変形がグラフをかく準備となる。

【学習のポイント】 「平方完成」ということ

(1) $y = ax^2 + bx + c$ は、 $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形してグラフの頂点・軸を求める。

……第2回レポートの目標

(2) 変形では、
$$\begin{cases} (x+m)^2 = x^2 + 2mx + m^2 & \text{より } x^2 + 2mx = (x+m)^2 - m^2 \cdots \textcircled{1} \\ (x-m)^2 = x^2 - 2mx + m^2 & \text{より } x^2 - 2mx = (x-m)^2 - m^2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

という関係式を使う。……中学数学の復習

[準備] 次の式を平方完成しなさい。

(1) $x^2 + 4x + 4$

(2) $x^2 - 4x + 4$

(3) $x^2 + 6x + 9$

(4) $x^2 - 2x + 1$

[例1] 次の関数を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = x^2 + 2x$

頂点 (,)、軸： $x =$

(2) $y = x^2 - 2x$

頂点 、軸：

(3) $y = x^2 + 4x + 3$

頂点 、軸：

〔練習 1〕 次の関数を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = x^2 + 10x$

頂点 、軸：

(2) $y = x^2 - 4x$

頂点 、軸：

(3) $y = x^2 + 2x + 5$

頂点 、軸：

(4) $y = x^2 - 4x - 1$

頂点 、軸：

[例 2] 次の関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = 2x^2+8x+7$

$= 2(x^2+4x) + 7$ x^2 の係数 2 で、 $2x^2+8x$ をくくる $AB+AC=A(B+C)$

$= 2\{(x+2)^2-4\} + 7$ x の係数 4 の半分の数 2 を考える

$= 2(x+2)^2 - 8 + 7$ 公式①で $m=2$ $x^2+4x=(x+2)^2-4$

$= 2(x+2)^2 - 1$ 頂点 $(-2, -1)$ 、軸 : $x = -2$

(2) $y = -x^2-6x-4$

頂点 、軸 :

[練習 2] 次の関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = 2x^2+4x-1$

頂点 、軸 :

(2) $y = -x^2 + 8x - 9$

頂点 、軸：

(3) $y = 3x^2 - 6x + 3$

頂点 、軸：

(4) $y = -2x^2 + 8x - 9$

頂点 、軸：

－ 2次関数のグラフ (3) － [教科書：p 88～p 91]

■ $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ

次の式変形がグラフをかく準備となる。

【学習のポイント】 「平方完成」ということ

(1) $y = ax^2 + bx + c$ は、 $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形してグラフの頂点・軸を求める。

……第2回レポートの目標

(2) 変形では、 $\begin{cases} (x+m)^2 = x^2 + 2mx + m^2 \text{ より } x^2 + 2mx = (x+m)^2 - m^2 \cdots \textcircled{1} \\ (x-m)^2 = x^2 - 2mx + m^2 \text{ より } x^2 - 2mx = (x-m)^2 - m^2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

という関係式を使う。 ……中学数学の復習

[準備] 次の式を平方完成しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & \underline{x^2 + 4x + 4} \\ &= \underline{(x+2)^2 - 4 + 4} \\ &= (x+2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & \underline{x^2 - 4x + 4} \\ &= \underline{(x-2)^2 - 4 + 4} \\ &= (x-2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & \underline{x^2 + 6x + 9} \\ &= \underline{(x+3)^2 - 9 + 9} \\ &= (x+3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & \underline{x^2 - 2x + 1} \\ &= \underline{(x-1)^2 - 1 + 1} \\ &= (x-1)^2 \end{aligned}$$

[例1] 次の関数を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

$$(1) \quad y = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$$

x の係数 2 の半分の数 1 を考える

公式①で $m=1$ $x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$

頂点 $(-1, -1)$ 、軸： $x = -1$

$$(2) \quad y = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$$

x の係数 -2 の半分の数 -1 を考える

公式②で $m=1$ $x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$

頂点 $(1, -1)$ 、軸： $x = 1$

$$(3) \quad y = x^2 + 4x + 3 = (x+2)^2 - 4 + 3 = (x+2)^2 - 1$$

x の係数 4 の半分の数 2 を考える

公式①で $m=2$ $x^2+4x=(x+2)^2-4$

頂点 $(-2, -1)$ 、軸 : $x = -2$

[練習 1] 次の関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

$$(1) \quad y = x^2 + 10x = (x+5)^2 - 25$$

x の係数 10 の半分の数 5 を考える

公式①で $m=5$ $x^2+10x=(x+5)^2-25$

頂点 $(-5, -25)$ 、軸 : $x = -5$

$$(2) \quad y = x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4$$

x の係数 -4 の半分の数 -2 を考える

公式②で $m=2$ $x^2-4x=(x-2)^2-4$

頂点 $(2, -4)$ 、軸 : $x = 2$

$$(3) \quad y = x^2 + 2x + 5 = (x+1)^2 - 1 + 5 = (x+1)^2 + 4$$

x の係数 2 の半分の数 1 を考える

公式①で $m=1$ $x^2+2x=(x+1)^2-1$

頂点 $(-1, 5)$ 、軸 : $x = -1$

$$(4) \quad y = x^2 - 4x - 1 = (x-2)^2 - 4 - 1 = (x-2)^2 - 5$$

x の係数 -4 の半分の数 -2 を考える

公式②で $m=2$ $x^2-4x=(x-2)^2-4$

頂点 $(2, -5)$ 、軸 : $x = 2$

[例 2] 次の関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = 2x^2+8x+7$

x^2 の係数 2 で、 $2x^2+8x$ をくくる $AB+AC=A(B+C)$

$= 2(x^2+4x) + 7$

x の係数 4 の半分の数 2 を考える

$= 2\{(x+2)^2-4\} + 7$

公式①で $m=2$ $x^2+4x=(x+2)^2-4$

$= 2(x+2)^2 - 8 + 7$

$= 2(x+2)^2 - 1$

頂点 $(-2, -1)$ 、軸: $x = -2$

(2) $y = -x^2-6x-4$

x^2 の係数 -1 で、 $-x^2-6x$ をくくる

$= -(x^2+6x) - 4$

x の係数 6 の半分の数 3 を考える

$= -(x+3)^2 - 9 - 4$

公式①で $m=3$ $x^2+6x=(x+3)^2-9$

$= -(x+3)^2 + 9 - 4$

$= -(x+3)^2 + 5$

頂点 $(-3, 5)$ 、軸: $x = -3$

[練習 2] 次の関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = 2x^2+4x-1$

x^2 の係数 2 で、 $2x^2+4x$ をくくる

$= 2(x^2+2x) - 1$

x の係数 2 の半分の数 1 を考える

$= 2\{(x+1)^2-1\} - 1$

公式①で $m=1$ $x^2+2x=(x+1)^2-1$

$= 2(x+1)^2 - 2 - 1$

$= 2(x+1)^2 - 3$

頂点 $(-1, -3)$ 、軸: $x = -1$

(2) $y = \ominus x^2 + 8x - 9$

x^2 の係数 -1 で、 $-x^2 + 8x$ をくくる

$$= - (x^2 - 8x) - 9$$

x の係数 -8 の半分の数 -4 を考える

$$= - \{ (x - 4)^2 - 16 \} - 9$$

公式②で $m = 4$ $x^2 - 8x = (x - 4)^2 - 16$

$$= - (x - 4)^2 + 16 - 9$$

$$= - (x - 4)^2 + 7$$

頂点 $(4, 7)$ 、軸 : $x = 4$

(3) $y = 3x^2 - 6x + 3$

x^2 の係数 3 で、 $3x^2 - 6x$ をくくる

$$= 3(x^2 - 2x) + 3$$

x の係数 -2 の半分の数 -1 を考える

$$= 3\{ (x - 1)^2 - 1 \} + 3$$

公式②で $m = 1$ $x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$

$$= 3(x - 1)^2 - 3 + 3$$

$$= 3(x - 1)^2$$

頂点 $(1, 0)$ 、軸 : $x = 1$

(4) $y = -2x^2 + 8x - 9$

x^2 の係数 -2 で、 $-2x^2 + 8x$ をくくる

$$= -2(x^2 - 4x) - 9$$

x の係数 -4 の半分の数 -2 を考える

$$= -2\{ (x - 2)^2 - 4 \} - 9$$

公式②で $m = 2$ $x^2 - 4x = (x - 2)^2 - 4$

$$= -2(x - 2)^2 + 8 - 9$$

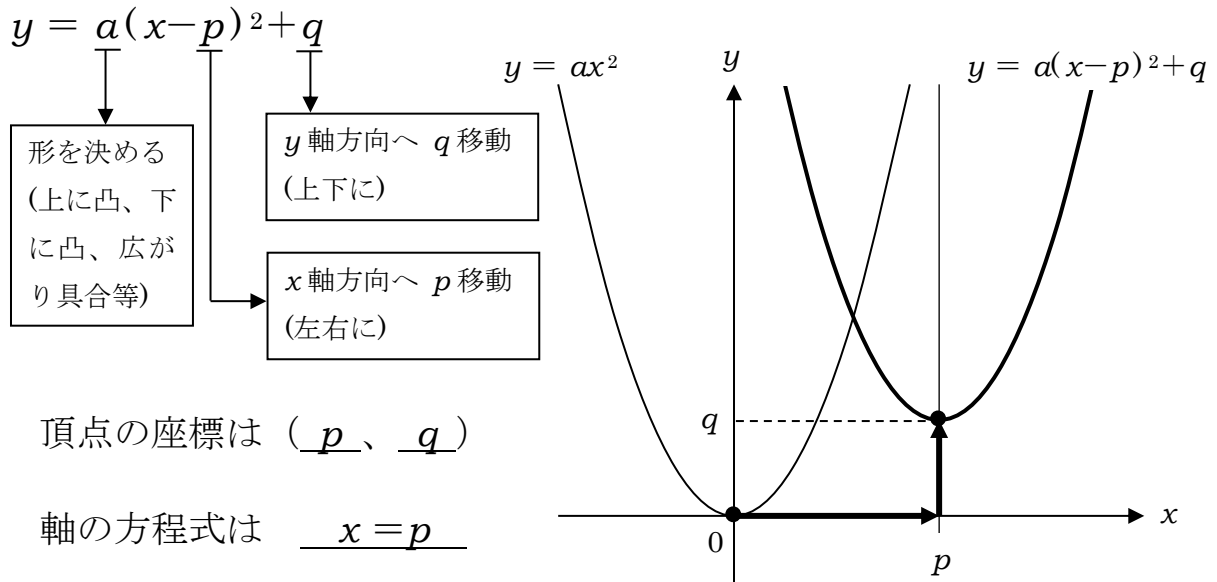
$$= -2(x - 2)^2 - 1$$

頂点 $(2, -1)$ 、軸 : $x = 2$

数学Ⅰ＜後＞ 第2回レポート用スクーリング教材－その2

－ 2 次関数のグラフ (3) － [教科書：p 88～p 91]

【確認事項】 $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ — 復習 —



■ $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ

次の式変形がグラフをかく準備となる。

【学習のポイント】 「平方完成」ということ

(1) $y = ax^2 + bx + c$ は、 $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形してグラフの頂点・軸を求める。

……第2回レポートの目標

(2) 変形では、
 $\begin{cases} (x+m)^2 = x^2 + 2mx + m^2 \text{ より } x^2 + 2mx = (x+m)^2 - m^2 \cdots \textcircled{1} \\ (x-m)^2 = x^2 - 2mx + m^2 \text{ より } x^2 - 2mx = (x-m)^2 - m^2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

という関係式を使う。 ……中学数学の復習

[例1] 次の関数を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = x^2 - 6x + 7$

頂点 (,)、軸：

(2) $y = -x^2 - 2x$

頂点 (,)、軸：

[練習 1] 次の関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = x^2+4x+1$

頂点 (,)、軸：

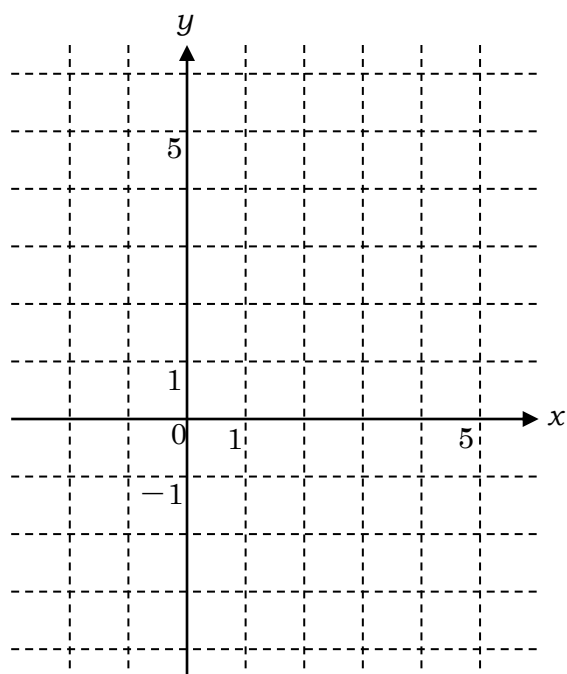
(2) $y = 2x^2-4x+5$

頂点 (,)、軸：

[例 2] 次の関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形に変形し、頂点および軸を求め、そのグラフをかきなさい。

(1) $y = x^2-2x-1$

頂点 (,)、軸：



x	...						...
y	...						...

頂点の x 座標が
真中になるようにする。

(2) $y = -x^2 - 4x - 1$

頂点 (,)、軸：

(参考)

$x = -1$ のとき

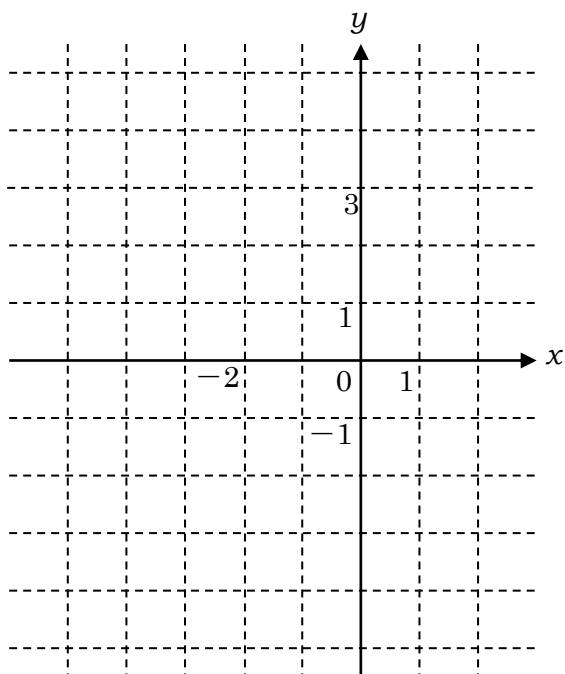
$$y = -(-1 + 2)^2 + 3$$

=

$x = 0$ のとき

$$y = -(0 + 2)^2 + 3$$

=

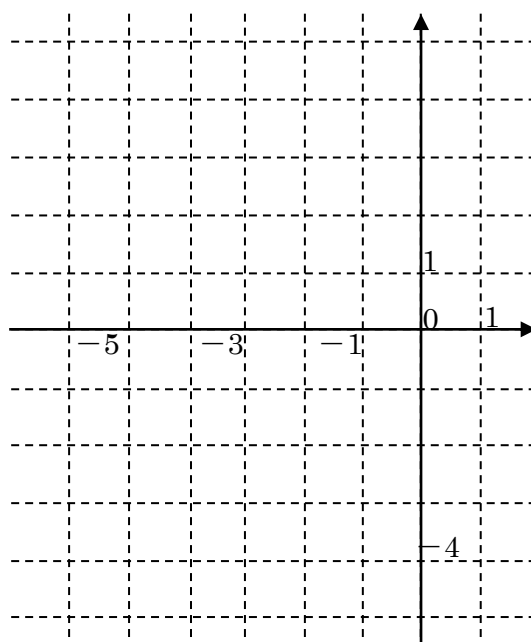


x	...						...
y	...						...

[練習 2] 次の関数を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形し、頂点および軸を求め、そのグラフをかきなさい。

(1) $y = x^2 + 6x + 5$

頂点 (,)、軸：



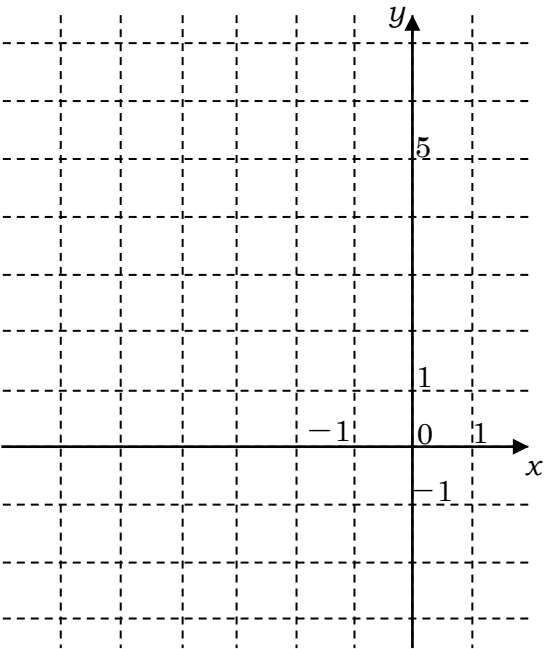
x	...						...
y	...						...

(2) $y = 2x^2 + 8x + 5$

頂点 (,)、軸 :

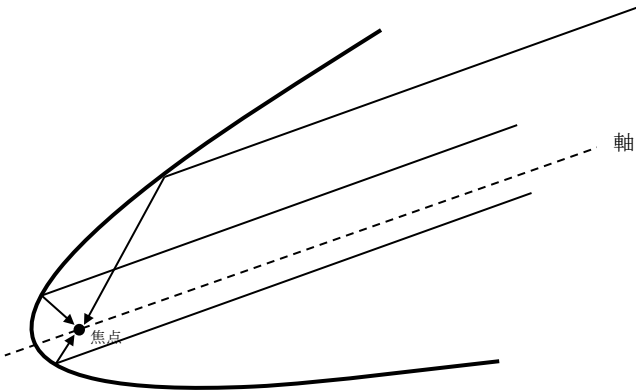
(参考)

$x = -1$ のとき
 $y = 2(-1 + 2)^2 - 3$
 $=$
 $x = 0$ のとき
 $y = 2(0 + 2)^2 - 3$
 $=$



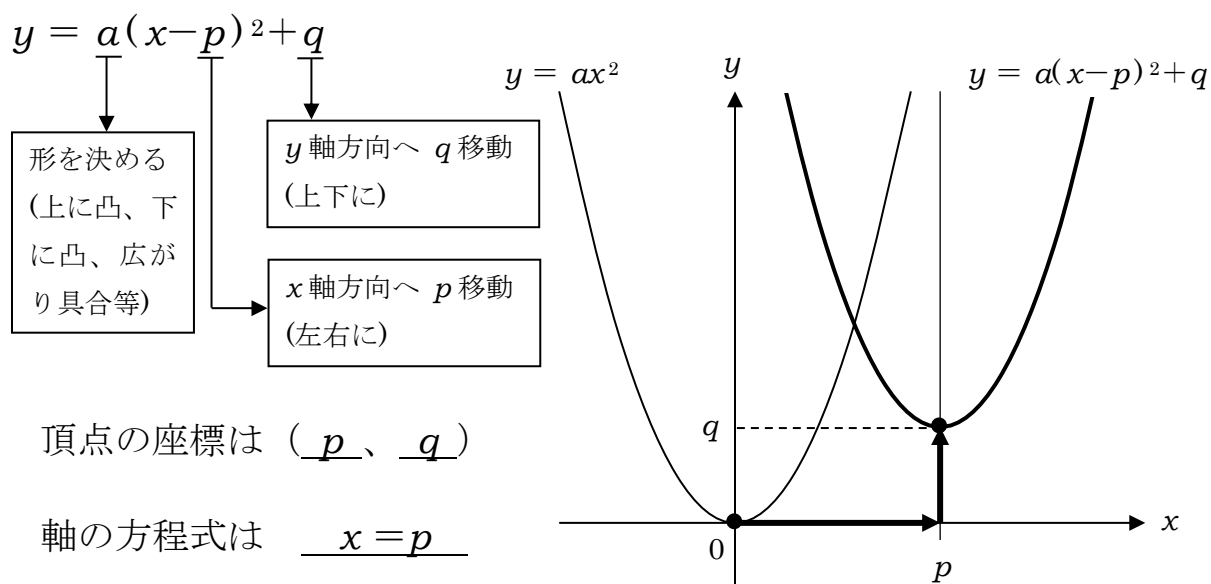
x	...						...
y	...						...

[曲線の神秘]



— 2 次関数のグラフ (3) — [教科書：p 88～p 91]

【確認事項】 $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ — 復習 —



■ $y = ax^2 + bx + c$ のグラフ

次の式変形がグラフをかく準備となる。

【学習のポイント】 「平方完成」ということ

(1) $y = ax^2 + bx + c$ は、 $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形してグラフの頂点・軸を求める。
……第2回レポートの目標

(2) 変形では、

$$\begin{cases} (x+m)^2 = x^2 + 2mx + m^2 \text{ より } x^2 + 2mx = (x+m)^2 - m^2 \cdots \textcircled{1} \\ (x-m)^2 = x^2 - 2mx + m^2 \text{ より } x^2 - 2mx = (x-m)^2 - m^2 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

という関係式を使う。 ……中学数学の復習

[例1] 次の関数を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = x^2 - 6x + 7 = \underline{(x-3)^2 - 9} + 7 = (x-3)^2 - 2$

公式②で $m=3$

頂点 (**3**, **-2**)、軸 : **$x = 3$**

(2) $y = -x^2 - 2x = -\underline{(x^2 + 2x)} = -\underline{\{(x+1)^2 - 1\}} = -(x+1)^2 + 1$

x^2 の係数 -1 で、 $-x^2 - 2x$ をくくる

公式①で $m=1$

頂点 (**-1**, **1**)、軸 : **$x = -1$**

[練習 1] 次の関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形に変形し、頂点および軸を求めなさい。

(1) $y = x^2+4x+1 = \underline{(x+2)^2-4}+1 = (x+2)^2-3$

公式①で $m=2$

頂点 $(-2, -3)$ 、軸 : $x = -2$

(2) $y = \underline{2x^2-4x}+5 = 2(\underline{x^2-2x})+5 = 2\{(\underline{x-1})^2-1\}+5 = 2(x-1)^2-2+5 = 2(x-1)^2+3$

x^2 の係数 2 で、 $2x^2-4x$ をくくる

公式②で $m=1$

頂点 $(1, 3)$ 、軸 : $x = 1$

[例 2] 次の関数を $y = a(x-p)^2+q$ の形に変形し、頂点および軸を求め、そのグラフをかきなさい。

(1) $y = x^2-2x-1$

$$= (x-1)^2-1-1$$

$$= (x-1)^2-2$$

頂点 $(1, -2)$ 、軸 : $x = 1$

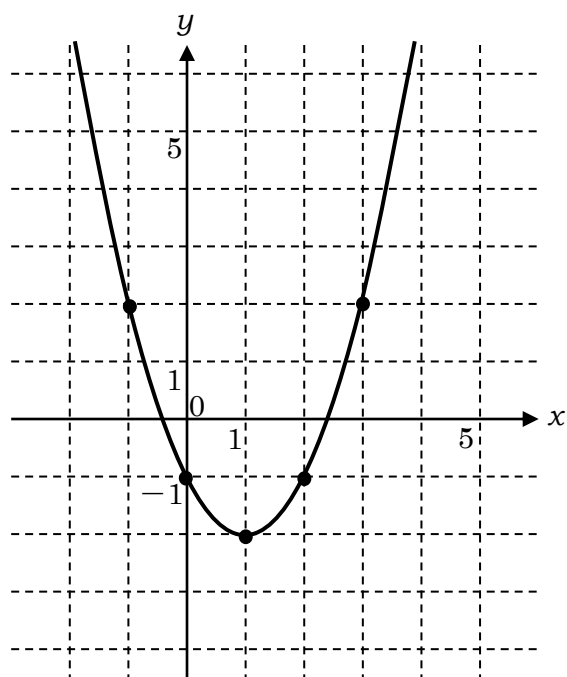
(参考)

$x = 2$ のとき

$$\begin{aligned} y &= (2-1)^2-2 \\ &= 1^2-2 = 1-2 = -1 \end{aligned}$$

$x = 3$ のとき

$$\begin{aligned} y &= (3-1)^2-2 \\ &= 2^2-2 = 4-2 = 2 \end{aligned}$$



x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	2	-1	-2	-1	2	...

頂点の x 座標の 1 が
真中になるようにする。

(2) $y = -x^2 - 4x - 1$

$$= -(x^2 + 4x) - 1$$

$$= -(x + 2)^2 - 4 - 1$$

$$= -(x + 2)^2 + 4 - 1$$

$$= -(x + 2)^2 + 3$$

頂点 $(-2, 3)$ 、軸 : $x = -2$

(参考)

$x = -1$ のとき

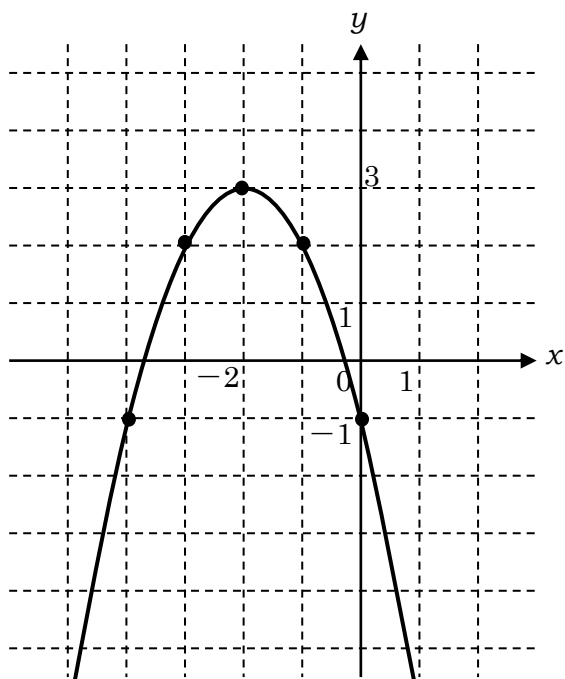
$$y = -(-1 + 2)^2 + 3$$

$$= -1^2 + 3 = -1 + 3 = 2$$

$x = 0$ のとき

$$y = -(0 + 2)^2 + 3$$

$$= -2^2 + 3 = -4 + 3 = -1$$



x	$\dots$	-4	-3	-2	-1	0	$\dots$
y	$\dots$	-1	2	3	2	-1	$\dots$

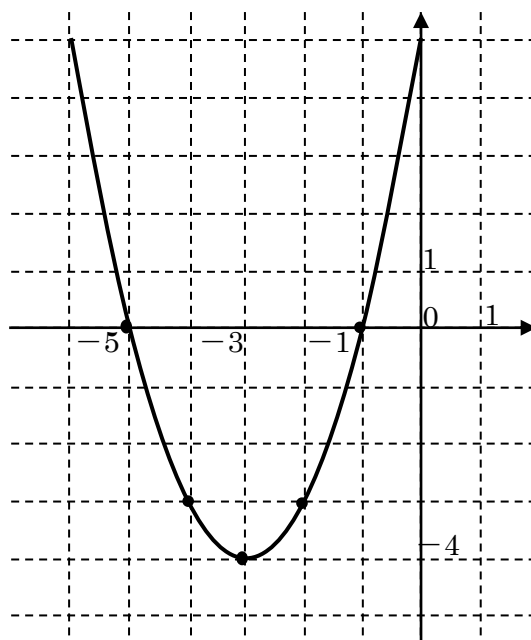
[練習 2] 次の関数を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形し、頂点および軸を求め、そのグラフをかきなさい。

(1) $y = x^2 + 6x + 5$

$$= (x + 3)^2 - 9 + 5$$

$$= (x + 3)^2 - 4$$

頂点 $(-3, -4)$ 、軸 : $x = -3$



x	$\dots$	-5	-4	-3	-2	-1	$\dots$
y	$\dots$	0	-3	-4	-3	0	$\dots$

(2) $y = 2x^2 + 8x + 5$

$$= 2(x^2 + 4x) + 5$$

$$= 2\{(x+2)^2 - 4\} + 5$$

$$= 2(x+2)^2 - 8 + 5$$

$$= 2(x+2)^2 - 3$$

頂点 $(-2, -3)$ 、軸 : $x = -2$

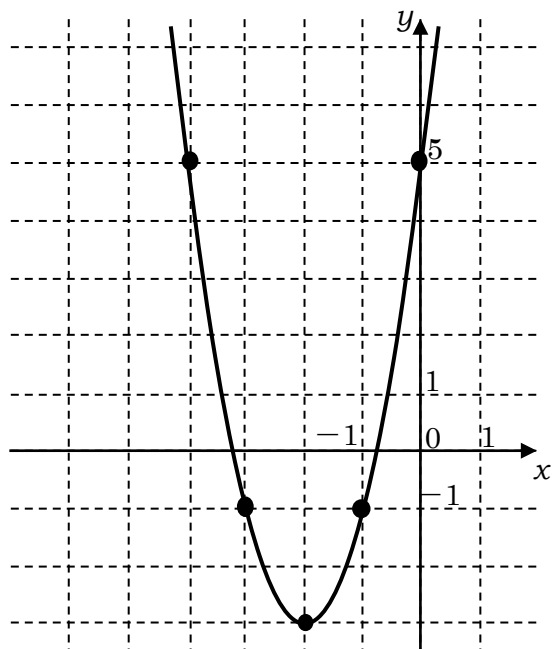
(参考)

$x = -1$ のとき

$$\begin{aligned} y &= 2(-1+2)^2 - 3 \\ &= 2 \times 1^2 - 3 = 2 - 3 = -1 \end{aligned}$$

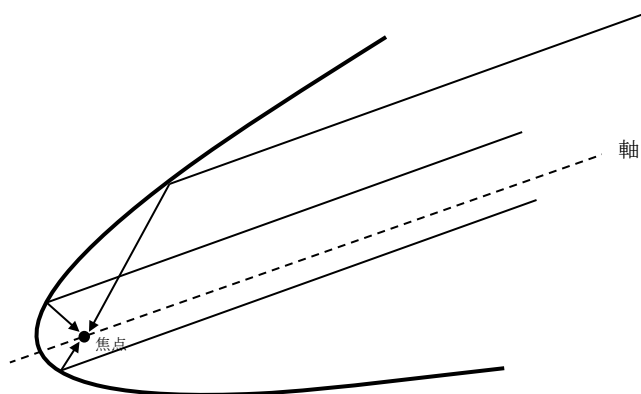
$x = 0$ のとき

$$\begin{aligned} y &= 2(0+2)^2 - 3 \\ &= 2 \times 2^2 - 3 = 8 - 3 = 5 \end{aligned}$$



x	$\dots$	-4	-3	-2	-1	0	$\dots$
y	$\dots$	5	-1	-3	-1	5	$\dots$

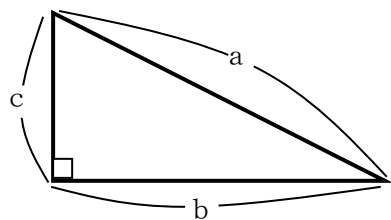
[曲線の神秘]



数学Ⅰ＜後＞ 第3回レポート用スクーリング教材

－ 三角比($\tan A$, $\sin A$, $\cos A$) － [教科書：p 104～p 113]

三平方(ピタゴラス)の定理



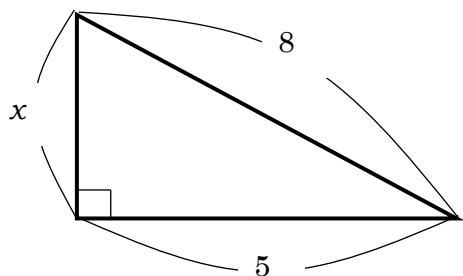
左図の直角三角形に対して

$$a^2 = b^2 + c^2$$

斜辺の二乗＝(底辺の二乗)＋(対辺の二乗)が成立する。
直角三角形では、2辺の長さから他の辺を求められる。

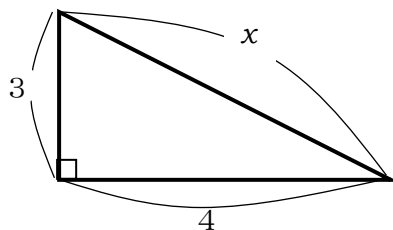
(注) 三平方の定理は中学で学ぶ内容である。数学で最も大事な定理と言っていいでしょう。

[例 1] 次の直角三角形について、 x の値を求めなさい。

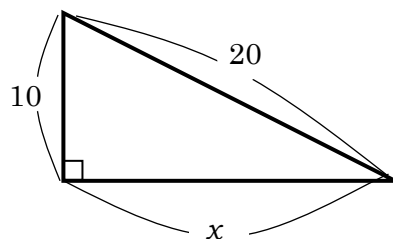


[練習 1] 次の直角三角形について、 x の値を求めなさい。

(1)



(2)



三角比 sin、cos、tan の定義

直角三角形の直角でない角 θ に辺の長さの比の値を次のように対応させる。

θ に対して $\frac{c}{a}$ を対応させる。この対応を **sin** と書く。

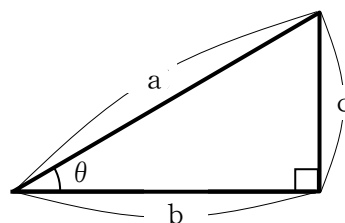
θ に対して $\frac{b}{a}$ を対応させる。この対応を **cos** と書く。

θ に対して $\frac{c}{b}$ を対応させる。この対応を **tan** と書く。

つまり、

$$\sin \theta = \frac{c}{a} = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}} \quad \cos \theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\tan \theta = \frac{c}{b} = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}}$$

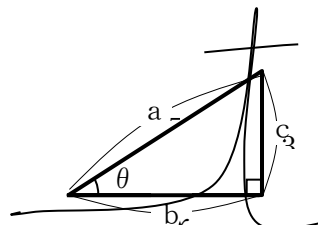
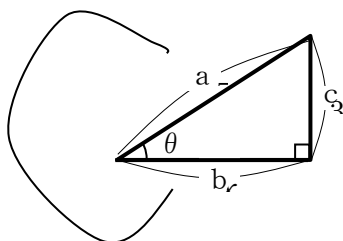
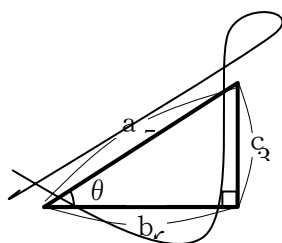


(注) 覚え方

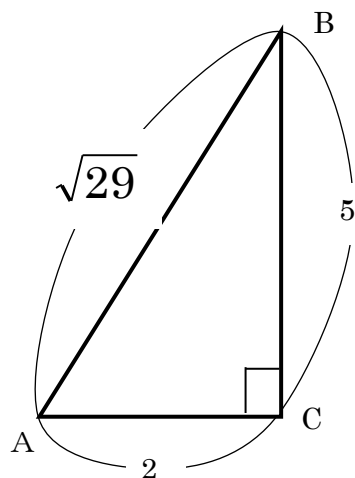
$$\sin \theta = \frac{c}{a} = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\cos \theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\tan \theta = \frac{c}{b} = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}}$$



[例 2] 下図の直角三角形で、 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ の値を求めなさい。

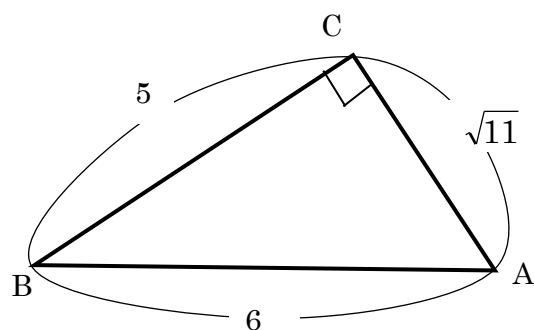


$$\sin A =$$

$$\cos A =$$

$$\tan A =$$

[練習 2] 下図の直角三角形で、 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ の値を求めなさい。



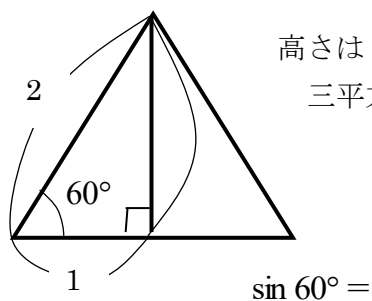
$$\sin A =$$

$$\cos A =$$

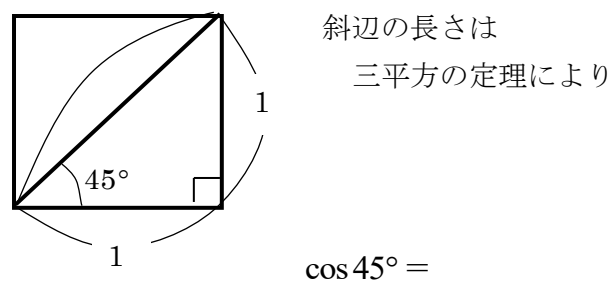
$$\tan A =$$

[例 3] 次の三角比の値を求めなさい。

(1) $\sin 60^\circ$



(2) $\cos 45^\circ$



[練習 3] 次の三角比の値を求めなさい。

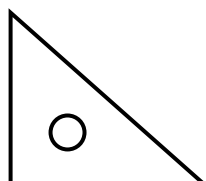
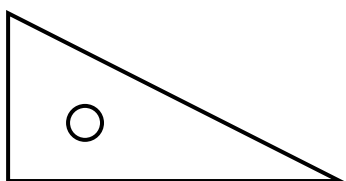
(1) $\sin 45^\circ =$

(2) $\cos 60^\circ =$

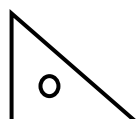
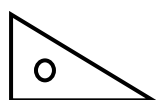
(3) $\tan 30^\circ =$

参考

市販の三角定規の辺の長さの比



市販の三角定規の斜辺の長さを 1 とした場合の残りの辺の長さ



[例 4] 三角比の表（教科書 p 171）を用いて次の三角比の値を求めなさい。

(1) $\sin 73^\circ$

(2) $\cos 25^\circ$

[練習 4] 三角比の表を用いて次の三角比の値を求めなさい。

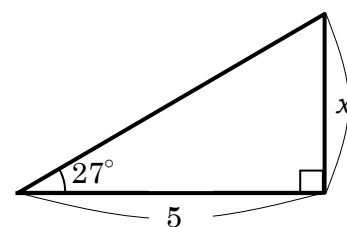
(1) $\sin 59^\circ =$

(2) $\cos 19^\circ =$

(3) $\tan 80^\circ =$

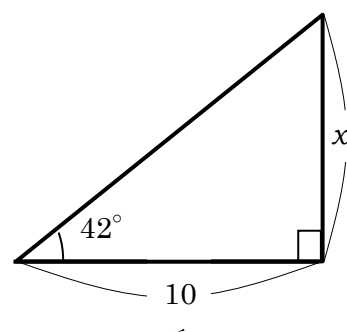
[例 5] 三角比の表を用いて図の x の値を求めなさい。

小数第 2 位を四捨五入すること。



[練習 5] 三角比の表を用いて図の x の値を求めなさい。

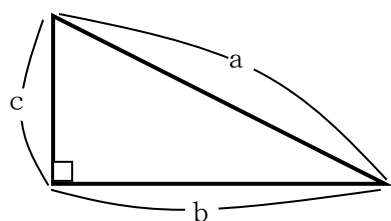
小数点以下を四捨五入すること。



数学Ⅰ＜後＞ 第3回レポート用スクーリング教材 **解答例**

－ 三角比($\tan A$, $\sin A$, $\cos A$) － [教科書：p 104～p 113]

＜1－1＞ 三平方(ピタゴラス)の定理



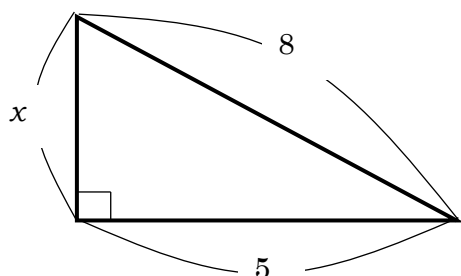
左図の直角三角形に対して

$$a^2 = b^2 + c^2$$

斜辺の二乗＝(底辺の二乗)＋(対辺の二乗)が成立する。
直角三角形では、2辺の長さから他の辺を求められる。

(注) 三平方の定理は中学で学ぶ内容である。数学で最も大事な定理と言っていいでしょう。

[例 1] 次の直角三角形について、 x の値を求めなさい。



三平方の定理により

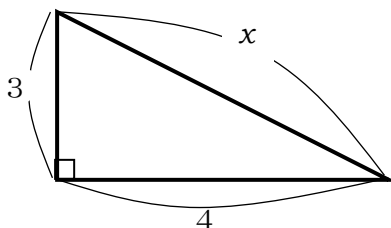
$$x^2 + 5^2 = 8^2$$

$$x^2 = 8^2 - 5^2 = 39$$

$$\text{従って } x > 0 \text{ より } x = \sqrt{39}$$

[練習 1] 次の直角三角形について、 x の値を求めなさい。

(1)

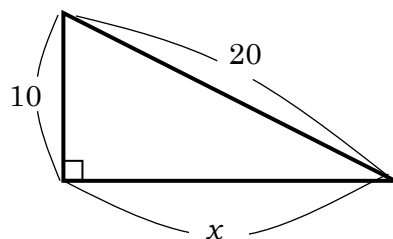


三平方の定理により

$$x^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$x > 0 \text{ より } x = \sqrt{25} = 5$$

(2)



三平方の定理により

$$x^2 + 10^2 = 20^2$$

$$x^2 = 20^2 - 10^2 = 300$$

$$\text{従って } x > 0 \text{ より } x = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$$

< 1 - 2 > 三角比 sin, cos, tan の定義

直角三角形の直角でない角 θ に辺の長さの比の値を次のように対応させる。

θ に対して $\frac{c}{a}$ を対応させる。この対応を **sin** と書く。

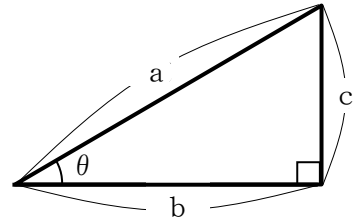
θ に対して $\frac{b}{a}$ を対応させる。この対応を **cos** と書く。

θ に対して $\frac{c}{b}$ を対応させる。この対応を **tan** と書く。

つまり、

$$\sin \theta = \frac{c}{a} = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}} \quad \cos \theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\tan \theta = \frac{c}{b} = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}}$$

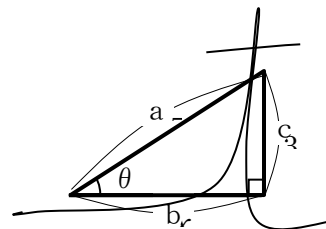
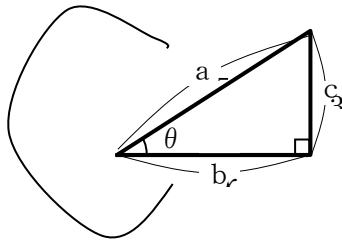
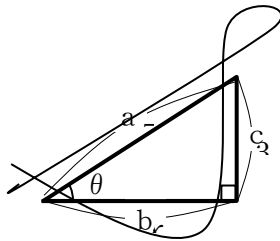


(注) 覚え方

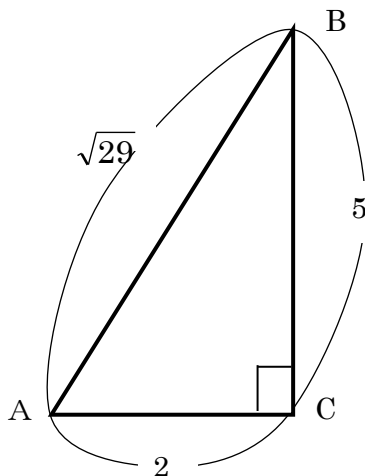
$$\sin \theta = \frac{c}{a} = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\cos \theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\tan \theta = \frac{c}{b} = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}}$$



[例 2] 下図の直角三角形で、 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ の値を求めなさい。

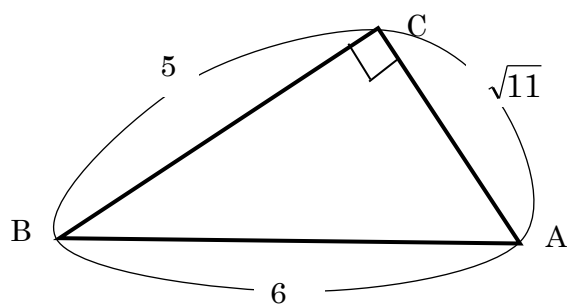


$$\sin A = \frac{5}{\sqrt{29}}$$

$$\cos A = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

$$\tan A = \frac{5}{2}$$

[練習 2] 下図の直角三角形で、 $\sin A$ 、 $\cos A$ 、 $\tan A$ の値を求めなさい。



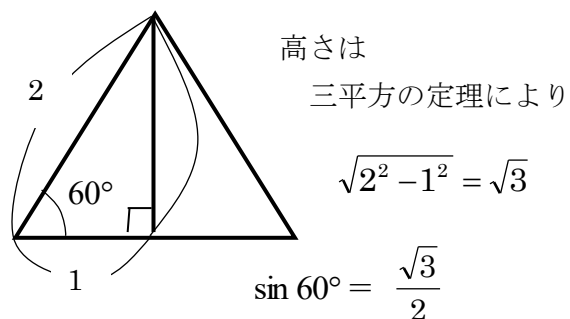
$$\sin A = \frac{5}{6}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

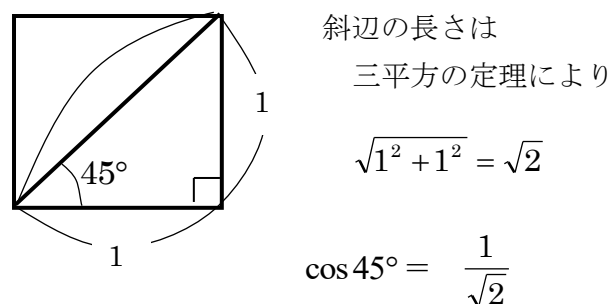
$$\tan A = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

[例 3] 次の三角比の値を求めなさい。

(1) $\sin 60^\circ$



(2) $\cos 45^\circ$



[練習 3] 次の三角比の値を求めなさい。

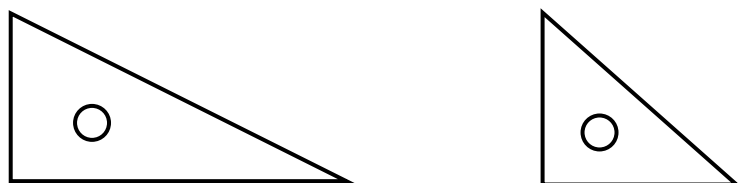
(1) $\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(2) $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

(3) $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

参考

市販の三角定規の辺の長さの比



市販の三角定規の斜辺の長さを 1 とした場合の残りの辺の長さ



[例 4] 三角比の表（教科書 p 171）を用いて次の三角比の値を求めなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad \sin 73^\circ \\ = 0.9563\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \cos 25^\circ \\ = 0.9063\end{aligned}$$

[練習 4] 三角比の表を用いて次の三角比の値を求めなさい。

$$(1) \quad \sin 59^\circ = 0.8572$$

$$(2) \quad \cos 19^\circ = 0.9455$$

$$(3) \quad \tan 80^\circ = 5.6713$$

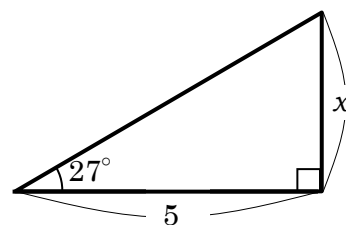
[例 5] 三角比の表を用いて図の x の値を求めなさい。

小数第 2 位を四捨五入すること。

$$\tan 27^\circ = 0.5095$$

$$\text{図で、} \tan 27^\circ = \frac{x}{5} \quad \text{より } x = 5 \times \tan 27^\circ$$

$$\text{よって、} x = 5 \times 0.5095 = 2.5475 \div 2.5$$



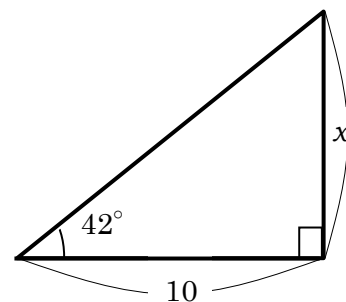
[練習 5]] 三角比の表を用いて図の x の値を求めなさい。

小数点以下を四捨五入すること。

$$\tan 42^\circ = 0.9004$$

$$\text{図で、} \tan 42^\circ = \frac{x}{10} \quad \text{より } x = 10 \times \tan 42^\circ$$

$$\text{よって、} x = 10 \times 0.9004 = 9.004 \div 9$$



数学 I <後> 第4回レポート用スクーリング教材

－ 三角比の相互関係 － [教科書： p 114～ p 116]

三角比の性質(1)

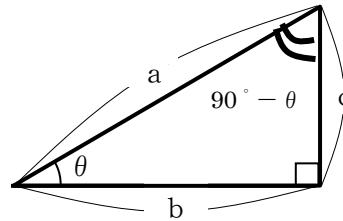
$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \quad \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}} = \frac{c}{a} \quad \cos \theta = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \frac{b}{a} \quad \tan \theta = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}} = \frac{c}{b}$$

よって、

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}} = \frac{b}{a} = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \frac{c}{a} = \sin \theta$$



三角比の性質(2)

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

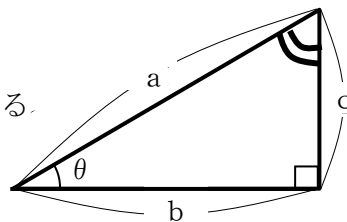
(注 1) $(\sin \theta)^2$ を $\sin^2 \theta$ と書く。他も同様

重要

$$\sin \theta = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}} = \frac{c}{a} \quad \cos \theta = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \frac{b}{a} \quad \tan \theta = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}} = \frac{c}{b}$$

$$\text{よって、} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{c^2 + b^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

$$\text{また、} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\left(\frac{c}{a}\right)}{\left(\frac{b}{a}\right)} = \left(\frac{c}{a}\right) \div \left(\frac{b}{a}\right) = \frac{c}{b} = \tan \theta \quad \text{となる。}$$



[例 1] $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ のうち、2 つの値が次のように与えられたとき、残りの値を求めなさい。

$$(1) \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{15}}{8} \quad , \quad \cos \theta = \frac{7}{8}$$

$$(2) \quad \sin \theta = \frac{5}{\sqrt{29}} \quad , \quad \tan \theta = \frac{5}{2}$$

[練習 1] $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ のうち、2 つの値が次のように与えられたとき、残りの値を求めなさい。

$$(1) \quad \sin \theta = \frac{3}{\sqrt{13}} \quad , \quad \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$(2) \quad \cos \theta = \frac{2}{5} \quad , \quad \tan \theta = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

[例 2] $\cos \theta = \frac{3}{4}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$ の値を求めなさい。ただし、 θ は鋭角とします。

解 $\cos \theta = \frac{3}{4}$ を $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ に代入すると、

$$\sin^2 \theta + \quad = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \quad =$$

$$\sin \theta > 0 \text{ であるから、} \quad \sin \theta =$$

$$\text{また、} \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sin \theta \div \cos \theta \text{ より}$$

$$\tan \theta =$$

[練習 2] $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ のうち、1 つが次のように与えられたとき、他の 2 つの値を求めなさい。
ただし、 θ は鋭角とします。

$$(1) \quad \sin \theta = \frac{1}{3}$$

$$(2) \quad \cos \theta = \frac{5}{6}$$

参 考

[教科書： p 117～ p 121]

— どんな三角形にも成り立つ覚えておいてもよい公式 —

三角形の面積

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad (R \text{ は } \triangle ABC \text{ の外接円の半径})$$

余弦定理 (1)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

余弦定理 (2)

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

－ 三角比の相互関係 － [教科書：p 114～p 116]

三角比の性質(1)

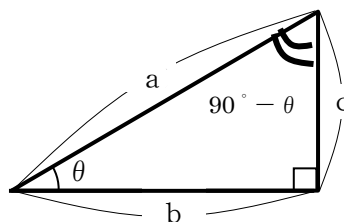
$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta \quad \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin \theta = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}} = \frac{c}{a} \quad \cos \theta = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \frac{b}{a} \quad \tan \theta = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}} = \frac{c}{b}$$

よって、

$$\sin(90^\circ - \theta) = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}} = \frac{b}{a} = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \frac{c}{a} = \sin \theta$$



三角比の性質(2)

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

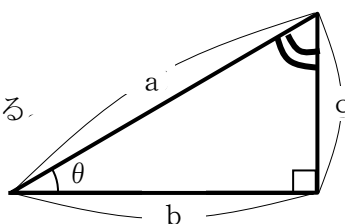
(注1) $(\sin \theta)^2$ を $\sin^2 \theta$ と書く。他も同様

重要

$$\sin \theta = \frac{\text{対辺}}{\text{斜辺}} = \frac{c}{a} \quad \cos \theta = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}} = \frac{b}{a} \quad \tan \theta = \frac{\text{対辺}}{\text{底辺}} = \frac{c}{b}$$

$$\text{よって、} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{c^2 + b^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

$$\text{また、} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\left(\frac{c}{a}\right)}{\left(\frac{b}{a}\right)} = \left(\frac{c}{a}\right) \div \left(\frac{b}{a}\right) = \frac{c}{b} = \tan \theta \quad \text{となる。}$$



[例 1] $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ のうち、2 つの値が次のように与えられたとき、残りの値を求めなさい。

$$(1) \quad \sin \theta = \frac{\sqrt{15}}{8} \quad , \quad \cos \theta = \frac{7}{8}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{15}}{8} \div \frac{7}{8} = \frac{\sqrt{15}}{8} \times \frac{8}{7} = \frac{\sqrt{15}}{7}$$

$$(2) \quad \sin \theta = \frac{5}{\sqrt{29}} \quad , \quad \tan \theta = \frac{5}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{より}$$

$$\cos \theta = \frac{\sin \theta}{\tan \theta} = \frac{5}{\sqrt{29}} \div \frac{5}{2} = \frac{5}{\sqrt{29}} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

[練習 1] $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ のうち、2 つの値が次のように与えられたとき、残りの値を求めなさい。

$$(1) \quad \sin \theta = \frac{3}{\sqrt{13}} \quad , \quad \cos \theta = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{\sqrt{13}} \div \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \times \frac{\sqrt{13}}{2} = \frac{3}{2}$$

$$(2) \quad \cos \theta = \frac{2}{5} \quad , \quad \tan \theta = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \text{より}$$

$$\sin \theta = \tan \theta \times \cos \theta = \frac{\sqrt{21}}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

[例 2] $\cos \theta = \frac{3}{4}$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\tan \theta$ の値を求めなさい。ただし、 θ は鋭角とします。

解 $\cos \theta = \frac{3}{4}$ を $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ に代入すると、

$$\sin^2 \theta + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}$$

$$\sin \theta > 0 \text{ であるから、} \sin \theta = \sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\text{また、} \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \sin \theta \div \cos \theta \text{ より}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{7}}{4} \div \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{7}}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

[練習 2] $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ のうち、1 つが次のように与えられたとき、他の 2 つの値を求めなさい。
ただし、 θ は鋭角とします。

$$(1) \sin \theta = \frac{1}{3}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より } \cos^2 \theta = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

$$\cos > 0 \text{ であるから、} \cos \theta = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{また、} \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{1}{3} \div \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$(2) \cos \theta = \frac{5}{6}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ より } \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$$

$$\sin > 0 \text{ であるから、} \sin \theta = \sqrt{\frac{11}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

$$\text{また、} \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\sqrt{11}}{6} \div \frac{5}{6} = \frac{\sqrt{11}}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{\sqrt{11}}{5}$$

参 考

[教科書：p 117～p 121]

－ どんな三角形にも成り立つ覚えておいてもよい公式 －

三角形の面積

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad (R \text{ は } \triangle ABC \text{ の外接円の半径})$$

余弦定理 (1)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

余弦定理 (2)

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

数学Ⅰ＜後＞ 第5回レポート用スクーリング教材

－ データの分析 － [教科書：p 136～p 141]

データの代表値

- (1) 平均値 = $\frac{\text{データの値の } \boxed{}}{\text{データの値の } \boxed{}}$
- (2) 中央値（メジアン）… データのすべての値を小さい方から順に並べとき、
 $\boxed{}$ の順位にあるデータの値。
- (3) 最頻値（モード）… データのなかでもっとも多く出てくる値。

データの散らばり（1）

- (1) 四分位数
- ・ 第1四分位数…最小値から中央値の1つ前までの $\boxed{}$
 - ・ 第2四分位数… $\boxed{}$
 - ・ 第3四分位数…中央値の1つ後の値から最大値までの $\boxed{}$
- (2) 四分位範囲、四分位偏差
- ・ 四分位範囲… 第 $\boxed{}$ 四分位数 － 第 $\boxed{}$ 四分位数
 - ・ 四分位偏差… $\frac{\text{四分位 } \boxed{}}{2}$

データの散らばり（2）

- (1) 偏差…データの各値－ $\boxed{}$
- (2) 分散 = $\frac{\boxed{}^2 \text{ の和}}{(\text{全体のデータの個数})}$
- (3) 標準偏差 = $\sqrt{\boxed{}}$

例 1 次のデータの平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

30 27 25 18 13 10 7 6

平均値

中央値

練習 1 次のデータの平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

(1) 2 4 6 8 10

平均値

中央値

(2) 21 13 18 7 4 19 9 9 15 20

平均値

中央値

例2 次のデータの第 1 四分位数、第 2 四分位数、第 3 四分位数をそれぞれ求めなさい。さらに、四分位範囲と四分位偏差を求めなさい。

16 5 24 10 14 3 15 8 19 12

第 1 四分位数

第 2 四分位数

第 3 四分位数

四分位範囲

四分位偏差

練習 2 次のデータの第 1 四分位数、第 2 四分位数、第 3 四分位数をそれぞれ求めなさい。さらに、四分位範囲と四分位偏差を求めなさい。

(1) 1 2 3 5 6 8 11 13 14 15 18

第 1 四分位数

第 2 四分位数

第 3 四分位数

四分位範囲

四分位偏差

(2) 23 42 28 33 31 24 45 28

第 1 四分位数

第 2 四分位数

第 3 四分位数

四分位範囲

四分位偏差

例 3 5 個のデータ 3 7 11 14 15 について次の各問に答えなさい。

(1) このデータの平均値 $\bar{x}$ を求めなさい。

x	$x - \bar{x}$
3	
7	
11	
14	
15	
計	

(2) 分散 s^2 を求めなさい。

(3) 標準偏差 s を求めなさい。ただし、 $\sqrt{5} = 2.236$ とし、小数点第 3 位を四捨五入して答えなさい。

練習 3 6 個のデータ 3.6 3.9 4.3 5.5 6.1 6.6 について次の各問に答えなさい。

(1) このデータの平均値 $\bar{x}$ を求めなさい。

(2) (1) で求めた $\bar{x}$ を用いて、右の表を完成しなさい。

x	$x - \bar{x}$
3.6	
3.9	
4.3	
5.5	
6.1	
6.6	
計	

(3) 右上の表を利用して、分散 s^2 を求めなさい。

(4) 標準偏差 s を求めなさい。ただし、 $\sqrt{2} = 1.414$ とし、小数第 3 位を四捨五入して答えなさい。

<参考> 偏差値

$$\text{点数の偏差値} = 50 + 10 \times \frac{\text{点数} - \text{点数の平均値}}{\text{点数の標準偏差}}$$

数学Ⅰ＜後＞ 第5回スクーリング教材 解答例

－ データの分析 － [教科書：p 136～p 141]

データの代表値

$$(1) \quad \text{平均値} = \frac{\text{データの値の} \boxed{\text{総和}}}{\text{データの値の} \boxed{\text{個数}}}$$

(2) 中央値（メジアン）… データのすべての値を小さい方から順に並べとき、
 $\boxed{\text{中央}}$ の順位にあるデータの値。

(3) 最頻値（モード）

データの散らばり（1）

(1) 四分位数

・ 第1四分位数…最小値から中央値の1つ前までの $\boxed{\text{中央値}}$

・ 第2四分位数… $\boxed{\text{中央値}}$

・ 第3四分位数…中央値の1つ後の値から最大値までの $\boxed{\text{中央値}}$

(2) 四分位範囲、四分位偏差

・ 四分位範囲… 第 $\boxed{3}$ 四分位数 － 第 $\boxed{1}$ 四分位数

・ 四分位偏差… $\frac{\text{四分位} \boxed{\text{範囲}}}{2}$

データの散らばり（2）

(1) 偏差…データの各値－ $\boxed{\text{平均値}}$

(2) 分散 = $\frac{\boxed{\text{偏差}}^2 \text{の和}}{(\text{全体のデータの個数})}$

(3) 標準偏差 = $\sqrt{\boxed{\text{分散}}}$

例 1 次のデータの平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

30 27 25 18 13 10 7 6

解) 平均値は

$$\frac{30+27+25+18+13+10+7+6}{8} = \frac{136}{8} = 17$$

次にデータのすべての値を小さい方から順に並べると

6 7 10 13 18 25 27 30

であるから中央値は $\frac{13+18}{2} = 15.5$

平均値

17

中央値

15.5

練習 1 次のデータの平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。

(3) 2 4 6 8 10

解) 平均値は $\frac{2+4+6+8+10}{5} = \frac{30}{5} = 6$

次にデータの値は 5 個で、小さい順に並んでいる。

中央値は 3 番目のデータの値であるから 6

平均値

6

中央値

6

(4) 21 13 18 7 4 19 9 9 15 20

解) 平均値は

$$\frac{21+13+18+7+4+19+9+9+15+20}{10} = \frac{135}{10} = 13.5$$

次にデータのすべての値を小さい方から順に並べると

4 7 9 9 13 15 18 19 20 21

であるから中央値は $\frac{13+15}{2} = 14$

平均値

13.5

中央値

14

例3 次のデータの第 1 四分位数、第 2 四分位数、第 3 四分位数をそれぞれ求めなさい。さらに、四分位範囲と四分位偏差を求めなさい。

16 5 24 10 14 3 15 8 19 12

解) データのすべての値を小さい方から順に並べると

3 5 8 10 12 14 15 16 19 24

第 2 四分位数はデータの中央値であるから $\frac{12+14}{2} = 13$

第 1 四分位数は前半 5 つのデータの中央値であるから 8

第 3 四分位数は後半 5 つのデータの中央値であるから 16

四分位範囲 = 第 3 四分位数 - 第 1 四分位数 = $16 - 8 = 8$

四分位偏差 = 四分位範囲 $\div 2 = 8 \div 2 = 4$

第 1 四分位数

8

第 2 四分位数

13

第 3 四分位数

16

四分位範囲

8

四分位偏差

4

練習 2 次のデータの第 1 四分位数、第 2 四分位数、第 3 四分位数をそれぞれ求めなさい。さらに、四分位範囲と四分位偏差を求めなさい。

(1) 1 2 3 5 6 8 11 13 14 15 18

解) 第 2 四分位数はデータの中央値であるから 8

第 1 四分位数は前半 5 つのデータの中央値であるから 3

第 3 四分位数は後半 5 つのデータの中央値であるから 14

四分位範囲 = $14 - 3 = 11$

四分位偏差 = 四分位範囲 $\div 2 = 11 \div 2 = 5.5$

第 1 四分位数

3

第 2 四分位数

8

第 3 四分位数

14

四分位範囲

11

四分位偏差

5.5

(2) 23 42 28 33 31 24 45 28

解) データのすべての値を小さい方から順に並べると

23 24 28 28 31 33 42 45

第 2 四分位数はデータの中央値であるから $\frac{28+31}{2} = 29.5$

第 1 四分位数は前半 4 つのデータの中央値より $\frac{24+28}{2} = 26$

第 3 四分位数は後半 4 つのデータの中央値より $\frac{33+42}{2} = 37.5$

四分位範囲 = $37.5 - 26 = 11.5$

四分位偏差 = 四分位範囲 $\div 2 = 11.5 \div 2 = 5.75$

第 1 四分位数

26

第 2 四分位数

29.5

第 3 四分位数

37.5

四分位範囲

11.5

四分位偏差

5.75

例 3 5 個のデータ 3 7 11 14 15 について次の各問に答えなさい。

(1) このデータの平均値 $\bar{x}$ を求めなさい。

解) $\bar{x} = \frac{3+7+11+14+15}{5} = 10$

(2) 分散 s^2 を求めなさい。

解) 各値の偏差 $x - \bar{x}$ は右の表のとおりであるから

$$s^2 = \frac{(-7)^2 + (-3)^2 + 1^2 + 4^2 + 5^2}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

x	$x - \bar{x}$
3	-7
7	-3
11	1
14	4
15	5
計	0

(3) 標準偏差 s を求めなさい。ただし、 $\sqrt{5} = 2.236$ とし、小数点第 3 位を四捨五入して答えなさい。

解) $s = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} = 2 \times 2.236 = 4.47$

練習 3 6 個のデータ 3.6 3.9 4.3 5.5 6.1 6.6 について次の各問に答えなさい。

(1) このデータの平均値 $\bar{x}$ を求めなさい。

解) $\bar{x} = \frac{3.6 + 3.9 + 4.3 + 5.5 + 6.1 + 6.6}{6} = \frac{30}{6} = 5$

(2) (1) で求めた $\bar{x}$ を用いて、右の表を完成しなさい。

解) 各値の偏差を求めると、右の表のようになる。

x	$x - \bar{x}$
3.6	-1.4
3.9	-1.1
4.3	-0.7
5.5	0.5
6.1	1.1
6.6	1.6
計	0

(3) 右の表を利用して、分散 s^2 を求めなさい。

解) $s^2 = \frac{(-1.4)^2 + (-1.1)^2 + (-0.7)^2 + 0.5^2 + 1.1^2 + 1.6^2}{6} = \frac{7.68}{6} = 1.28$

(4) 標準偏差 s を求めなさい。ただし、 $\sqrt{2} = 1.414$ とし、小数第 3 位を四捨五入して答えなさい。

解) $s = \sqrt{1.28} = \sqrt{\frac{128}{100}} = \frac{8\sqrt{2}}{10} = \frac{4\sqrt{2}}{5} = 0.8 \times 1.414 \doteq 1.13$

<参考> 偏差値

点数－点数の平均値

点数の偏差値 = $50 + 10 \times \frac{\text{点数} - \text{平均}}{\text{標準偏差}}$

数学Ⅰ＜後＞ 第6回レポート用スクリーニング教材

— 集合と論証 — [教科書：p 150～p 158]

1. 集合とは

何が含まれるかがはっきり定まるような、ものの集まりを集合という。

[例 1] 次の集まりの中で、集合であるものを答えなさい。

- (1) 大きい数の集まり (2) 10 以下の正の整数の集まり

【練習 1】 次の集まりの中で、集合であるものを答えなさい。

- (1) 1000 以上 2000 以下の整数の集まり (2) 5 に近い数の集まり

集合の表し方、使われる用語や記号

例 1, 2, 3 の 3 つの数の集合を $A = \{1, 2, 3\}$ で表す。

要素・・・集合を作っている個々のもの。この例では $1 \in A$ などと表す。

部分集合・・・ $B = \{2, 3\}$ のとき、Bの要素はすべてAの要素である。このとき、
BはAの部分集合であるといい、 $B \subset A$ で表す。

全体集合・・・考える対象のもの全体の集合。全体集合が指定されたときには、全体集合の要素だけを考える。

補集合・・・全体集合Uの部分集合Aに対して、Uの要素であってAの要素でないものの集合をAの補集合といい、 $\bar{A}$ で表す。

[例2] $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ とします。次の集合のうち、 A の部分集合をすべて答えなさい。

$$B = \{3, 5, 7\} \quad C = \{1, 2, 3\} \quad D = \{3, 4, 5, 6\} \quad E = \{7\}$$

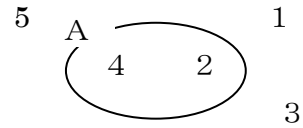
[例 3] 5 以下の正の整数の集合を全体集合 U とします。

- (1) U の部分集合で、要素が 4 個である集合をすべて答えなさい。

- (2) $A = \{2, 4\}$ とするとき、 A の補集合を答えなさい。

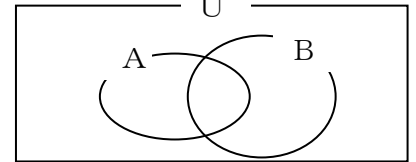
U

(3) $\bar{B} = \{2, 3\}$ のとき、 B を求めなさい。



[練習 3] 6 の正の約数の集合を全体集合 U とします。

(1) U を、要素を書き並べて表しなさい。



(2) 要素が 3 個であるような、 U の部分集合をすべて答えなさい。

(3) $A = \{2, 3\}$ とするとき、 A の補集合を答えなさい。

(4) $\bar{B} = \{1, 3\}$ のとき、 B を求めなさい。

共通部分と和集合

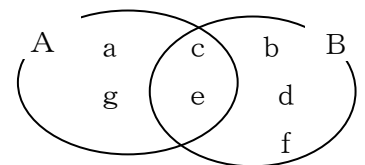
$A = \{2, 4, 6, 8\}$ 、 $B = \{1, 2, 3, 6\}$ とします。

共通部分・・・集合 A と B のどちらにも含まれる要素の集合を A と B の共通部分といい、 $A \cap B$ で表す。上の例では $A \cap B = \{2, 6\}$ である。

和集合・・・集合 A と B の要素をすべて集めた集合を A と B の和集合といい、 $A \cup B$ で表す。上の例では $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ である。

[例 4] 2 つの集合 A 、 B を $A = \{a, c, e, g\}$ 、 $B = \{b, c, d, e, f\}$ とします。

$A \cap B$ 、 $A \cup B$ を求めなさい。



[練習 4] 次の 2 つの集合 A 、 B について、 $A \cap B$ 、 $A \cup B$ を求めなさい。

(1) $A = \{1, 4, 7, 10\}$ 、 $B = \{4, 5, 6, 7\}$

(2) A は 20 以下の 3 の倍数全体の集合、 B は 18 の正の約数全体の集合

(3) $A = \{1, 3, 5\}$ 、 $B = \{2, 4\}$

要素が 1 つも無い集合を空集合といい、 ϕ で表します。

2. 命題とその真偽

命題・・・正しいか正しくないかが決まる文や式のこと。

その命題が正しいとき、その命題は真である、または、真の命題であるという。正しくないとき、その命題は偽である、または、偽の命題であるという。

[例 5] 次の命題の真偽を調べなさい。

(1) $3^2 = 9$

(2) -3 は -5 より小さい。

(3) 本校では 74 単位以上修得すれば卒業できる。

(4) 6 の倍数は偶数である。

[練習 5] 次の命題の真偽を調べなさい。

(1) $(-4)^2 = 16$

(2) 正三角形の内角はすべて 60° である。

(3) 9 の倍数は奇数である。

(4) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

条件

条件・・・変数を含む文や式で、その変数に値を代入したときに、初めて真偽が決まるもの。条件を p や q で表すことが多い。

注 以下、 n はすべて自然数 (正の整数) とする。

[例 6] 次の条件が真の場合、偽の場合の例を挙げなさい。

(1) 条件 $p : x > 4$

真の場合の例 $x = 5$ や $x = 6$ 偽の場合の例 $x = 4$ や $x = 3$

(2) 条件 $q : n$ は偶数である。 真の場合の例 $n = 2$ や $n = 4$ 偽の場合の例 $n = 1$ や $n = 3$

p 、 q を 2 つの条件とする。「 p ならば q である」の形の命題を「 $p \Rightarrow q$ 」で表す。

命題「 $p \Rightarrow q$ 」が偽であることを示すには、「 p が成り立つが q は成り立たない例」を反例として示す。

[練習 6] 次の命題の真偽を答えなさい。偽の場合は反例を挙げなさい。

(1) $x > 3 \Rightarrow x > 5$

(2) $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$

(3) $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$

条件の否定

条件 p に対して、「 p でない」という条件を p の否定という。 $\bar{p}$ で表す。

[例 7] 次の条件の否定を答えなさい。

(1) $p : n$ は奇数である。

(2) $q : x \geq 2$

[練習 7] 次の条件の否定を答えなさい。

(1) $p : n$ は 5 の倍数である。

(2) $q : x < 2$

命題の逆と対偶

命題「 $p \Rightarrow q$ 」に対し、

逆・・・命題「 $q \Rightarrow p$ 」を「 $p \Rightarrow q$ 」の逆という。

対偶・・・命題「 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ 」を「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶という。対偶の真偽は、元の命題の真偽と一致する。

[例 8] 次の命題の真偽を答えなさい。また、逆および対偶をつくり、その真偽を答えなさい。

(1) n は 6 の倍数 $\Rightarrow n$ は 3 の倍数

(2) n^2 は奇数 $\Rightarrow n$ は奇数

[練習 8] 次の命題の真偽を答えなさい。また、逆および対偶をつくり、その真偽を答えなさい。

(1) n は 24 の約数 $\Rightarrow n$ は 6 の約数

(2) $2n$ は 10 の倍数 $\Rightarrow n$ は 5 の倍数

数学Ⅰ＜後＞ 第6回レポート用スクーリング教材 解答例

－ 集合と論証 － [教科書：p 150～p 158]

1. 集合とは

何が含まれるかがはっきり定まるような、ものの集まりを集合という。

[例1] 次の集まりの中で、集合であるものを答えなさい。

- (1) 大きい数の集まり (2) 10 以下の正の整数の集まり

[練習1] 次の集まりの中で、集合であるものを答えなさい。

- (1) 1000 以上 2000 以下の整数の集まり (2) 5 に近い数の集まり

集合の表し方、使われる用語や記号

例 1, 2, 3 の 3 つの数の集合を $A = \{1, 2, 3\}$ で表す。

要素・・・集合を作っている個々のもの。この例では $1 \in A$ などと表す。

部分集合・・・ $B = \{2, 3\}$ のとき、B の要素はすべて A の要素である。このとき、
B は A の部分集合であるといい、 $B \subset A$ で表す。

全体集合・・・考える対象のものの全体の集合。全体集合が指定されたときには、全体集合の要素だけを考える。

補集合・・・全体集合 U の部分集合 A に対して、U の要素であって A の要素でないものの集合を A の補集合といい、 $\bar{A}$ で表す。

[例2] $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ とします。次の集合のうち、A の部分集合をすべて答えなさい。

$$B = \{3, 5, 7\} \quad C = \{1, 2, 3\} \quad D = \{3, 4, 5, 6\} \quad E = \{7\}$$

答 B と E

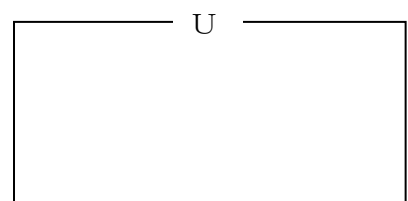
[例3] 5 以下の正の整数の集合を全体集合 U とします。

- (1) U の部分集合で、要素が 4 個である集合をすべて答えなさい。

答 $\{1, 2, 3, 4\}$ 、 $\{1, 2, 3, 5\}$ 、 $\{1, 2, 4, 5\}$ 、 $\{1, 3, 4, 5\}$ 、
 $\{2, 3, 4, 5\}$

- (2) $A = \{2, 4\}$ とするとき、A の補集合を答えなさい。

答 $\bar{A} = \{1, 3, 5\}$



(3) $\bar{B} = \{2, 3\}$ のとき、 B を求めなさい。

答 $B = \{1, 4, 5\}$ ($\bar{B}$ の補集合は B である。)

[練習3] 6の正の約数の集合を全体集合 U とします。

(1) U を、要素を書き並べて表しなさい。

答 $U = \{1, 2, 3, 6\}$

(2) 要素が3個であるような、 U の部分集合をすべて答えなさい。

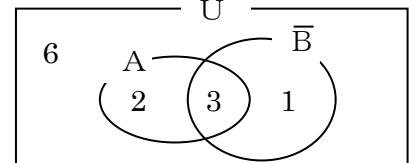
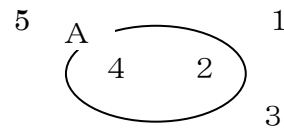
答 $\{1, 2, 3\}$ 、 $\{1, 2, 6\}$ 、 $\{1, 3, 6\}$ 、 $\{2, 3, 6\}$

(3) $A = \{2, 3\}$ とするとき、 A の補集合を答えなさい。

答 $\bar{A} = \{1, 6\}$

(4) $\bar{B} = \{1, 3\}$ のとき、 B を求めなさい。

答 $B = \{2, 6\}$



共通部分と和集合

$A = \{2, 4, 6, 8\}$ 、 $B = \{1, 2, 3, 6\}$ とします。

共通部分・・・集合 A と B のどちらにも含まれる要素の集合を A と B の共通部分といい、 $A \cap B$ で表す。上の例では $A \cap B = \{2, 6\}$ である。

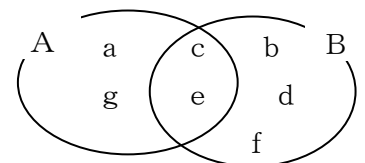
和集合・・・集合 A と B の要素をすべて集めた集合を A と B の和集合といい、 $A \cup B$ で表す。上の例では $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ である。

[例4] 2つの集合 A 、 B を $A = \{a, c, e, g\}$ 、 $B = \{b, c, d, e, f\}$ とします。

$A \cap B$ 、 $A \cup B$ を求めなさい。

答 $A \cap B = \{c, e\}$

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g\}$



[練習4] 次の2つの集合 A 、 B について、 $A \cap B$ 、 $A \cup B$ を求めなさい。

(2) $A = \{1, 4, 7, 10\}$ 、 $B = \{4, 5, 6, 7\}$

答 $A \cap B = \{4, 7\}$ 、 $A \cup B = \{1, 4, 5, 6, 7, 10\}$

(2) A は20以下の3の倍数全体の集合、 B は18の正の約数全体の集合

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 、 $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ だから、

答 $A \cap B = \{3, 6, 9, 18\}$ 、 $A \cup B = \{1, 2, 3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

(3) $A = \{1, 3, 5\}$ 、 $B = \{2, 4\}$

要素が1つも無い集合を空集合といい、 ϕ で表します。

答 $A \cap B = \phi$ 、 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. 命題とその真偽

命題・・・正しいか正しくないかが決まる文や式のこと。

その命題が正しいとき、その命題は真である、または、真の命題であるという。正しくないとき、その命題は偽である、または、偽の命題であるという。

[例 5] 次の命題の真偽を調べなさい。

(1) $3^2 = 9$

答 真

(2) -3 は -5 より小さい。

答 偽

(3) 本校では 74 単位以上修得すれば卒業できる。

答 偽

(4) 6 の倍数は偶数である。

答 真

[練習 5] 次の命題の真偽を調べなさい。

(1) $(-4)^2 = 16$

答 真

(2) 正三角形の内角はすべて 60° である。

答 真

(3) 9 の倍数は奇数である。

答 偽

(4) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

答 偽

条件

条件・・・変数を含む文や式で、その変数に値を代入したときに、初めて真偽が決まるもの。条件を p や q で表すことが多い。

注 以下、 n はすべて自然数 (正の整数) とする。

[例 6] 次の条件が真の場合、偽の場合の例を挙げなさい。

(1) 条件 $p : x > 4$ 真の場合の例 $x = 5$ や $x = 6$ 偽の場合の例 $x = 4$ や $x = 3$

(2) 条件 $q : n$ は偶数である。 真の場合の例 $n = 2$ や $n = 4$ 偽の場合の例 $n = 1$ や $n = 3$

p 、 q を 2 つの条件とする。「 p ならば q である」の形の命題を「 $p \Rightarrow q$ 」で表す。

命題「 $p \Rightarrow q$ 」が偽であることを示すには、「 p が成り立つが q は成り立たない例」を**反例**として示す。

[練習 6] 次の命題の真偽を答えなさい。偽の場合は反例を挙げなさい。

(1) $x > 3 \Rightarrow x > 5$

答 偽 反例は $x = 4$

(2) $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$

答 真

(3) $x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$

答 偽 反例は $x = -3$

条件の否定

条件 p に対して、「 p でない」という条件を p の否定という。 $\bar{p}$ で表す。

[例 7] 次の条件の否定を答えなさい。

(1) $p : n$ は奇数である。

答 (n は奇数でない。) n は偶数である。

(2) $q : x \geq 2$

答 $x < 2$

2つの数 x , 2の大小関係は、

$x > 2$ 、 $x = 2$ 、 $x < 2$

の3通りです。 $x \geq 2$ は

$x > 2$ または $x = 2$

なので、この否定は $x < 2$ となります。

[練習 7] 次の条件の否定を答えなさい。

(1) $p : n$ は5の倍数である。

答 n は5の倍数でない。(n は5で割り切れない。)

(2) $q : x < 2$

答 $x \geq 2$

命題の逆と対偶

命題「 $p \Rightarrow q$ 」に対し、

逆・・・命題「 $q \Rightarrow p$ 」を「 $p \Rightarrow q$ 」の逆という。

対偶・・・命題「 $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$ 」を「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶という。対偶の真偽は、元の命題の真偽と一致する。

[例 8] 次の命題の真偽を答えなさい。また、逆および対偶をつくり、その真偽を答えなさい。

(1) n は6の倍数 $\Rightarrow n$ は3の倍数

答 真

逆は「 n は3の倍数 $\Rightarrow n$ は6の倍数」で、偽 (反例は $n = 3$)

対偶は「 n は3の倍数でない $\Rightarrow n$ は6の倍数でない」で、真

(2) n^2 は奇数 $\Rightarrow n$ は奇数

答 真

逆は「 n は奇数 $\Rightarrow n^2$ は奇数」で、真

対偶は「 n は偶数 $\Rightarrow n^2$ は偶数」で、真

[練習 8] 次の命題の真偽を答えなさい。また、逆および対偶をつくり、その真偽を答えなさい。

(1) n は24の約数 $\Rightarrow n$ は6の約数

答 偽 (反例は $n = 12$)

逆は「 n は6の約数 $\Rightarrow n$ は24の約数」で、真

対偶は「 n は6の約数でない $\Rightarrow n$ は24の約数でない」で、偽 (反例は $n = 12$)

(2) $2n$ は10の倍数 $\Rightarrow n$ は5の倍数

答 真

逆は「 n は5の倍数 $\Rightarrow 2n$ は10の倍数」で、真

対偶は「 n は5の倍数でない $\Rightarrow 2n$ は10の倍数でない」で、真